

# **VÝUČBOVÉ PROGRAMY V PROSTREDÍ WWW**

Diplomová práca

**MARIÁN ZELENÁK**

**UNIVERZITA KONŠTANTÍNA FILOZOFA V NITRE  
PEDAGOGICKÁ FAKULTA  
Ústav technológie vzdelávania**

Študijný odbor: Technológia vzdelávania  
Školiteľ: RNDr. Dáša Klocoková

**NITRA 2006**

## ABSTRAKT

ZELÉNÁK, Marián: Výučbové programy v prostredí WWW. [Diplomová práca] / Marián Zelenák. – Univerzita Konštantína Filozofa v Nitre. Pedagogická fakulta; Ústav technológie vzdelávania. – Školiteľ: RNDr. Dáša Klocoková. – Stupeň kvalifikácie: Magister technológie vzdelávania. – Nitra : PFUKF, 2006.

Diplomová práca výučbové programy v prostredí WWW ozrejmuje problematiku výučbových programov. Obsahuje postup pri vytváraní výučbového materiálu v LMS prostredí s použitím programov Macromedia Flash a Microsoft FrontPage.

**Kľúčové slová:** Microsoft Class Server, LMS, Macromedia Flash, Microsoft FrontPage, didaktické prostriedky, Internet, moderné vyučovanie.

## Čestné prehlásenie

Prehlasujem na svoju česť, že predloženú prácu som robil samostatne s použitím uvádzanej literatúry.

.....  
Marián Zelenák

## Pod'akovanie

Ďakujem RNDr. Dáši Klocokovej za cenné rady, odborné pripomienky, ochotnú pomoc, čas a priateľskú atmosféru pri vypracovávaní diplomovej práce.

# OBSAH

<b>Obsah .....</b>	<b>5</b>
<b>Zoznam ilustrácií a tabuliek.....</b>	<b>8</b>
<b>Zoznam skratiek a symbolov.....</b>	<b>9</b>
<b>Slovník termínov.....</b>	<b>10</b>
<b>Úvod .....</b>	<b>12</b>
<b>1 Didaktické prostriedky .....</b>	<b>13</b>
1.1 Materiálne didaktické prostriedky .....	13
1.1.1 Nosiče informácií /Učebné pomôcky/.....	14
1.1.2 Sprostredkovatele informácií /didaktická technika/.....	15
1.1.3 Školské zariadenia.....	17
1.2 Nemateriálne didaktické prostriedky .....	18
1.2.1 Pedagogické majstrovstvo .....	18
1.2.2 Vyučovacie metódy.....	18
1.2.3 Organizačné formy.....	18
<b>2 Moderné vyučovanie.....</b>	<b>20</b>
2.1 Multimediálne teórie edukácie .....	20
2.2 Teória programovaného vyučovania.....	22
2.2.1 Základné zásady programovaného učenia.....	22
2.2.2 Lineárny program (B.F.Skinner).....	23
2.2.3 Vetvený program (N.A.Crowder).....	24
2.2.4 Zmiešaný program.....	24
2.3 Vyučovacie programy .....	25
2.3.1 Funkcie vyučovacích programov .....	25

2.3.2 Zásady pri tvorbe vyučovacích programov .....	26
2.3.3 Kategórie vyučovacích programov .....	27
2.3.4 Výhody a nevýhody vyučovacích programov .....	36
<b>3 Internet.....</b>	<b>38</b>
3.1 História Internetu .....	38
3.2 Služby Internetu.....	39
3.2.1 Elektronická pošta.....	39
3.2.2 Telnet - služba vzdialeného prístupu.....	40
3.2.3 FTP .....	40
3.2.4 Elektronické diskusné skupiny .....	40
3.2.5 Whois.....	41
3.2.6 IRC .....	41
3.2.7 WWW.....	42
<b>4 Ukážka využitia Macromedia Flash v prostredí Microsoft Class Server .....</b>	<b>44</b>
4.1 Macromedia Flash.....	44
4.1.1 Využitie funkcií programu Macromedia Flash.....	46
4.2 FrontPage – HTML editor.....	54
4.2.1 Využitie funkcií programu FrontPage.....	54
4.3 Learning management system – LMS.....	56
4.3.1 Microsoft Class Server .....	57
4.3.2 Moodle.....	61
4.3.3 Využitie funkcií LMS Microsoft Class Server .....	63
4.4 Implementácia výučbového programu do predmetu VKM.....	64
4.5 Forma vyučovacieho produktu .....	66
4.5.1 Hardvérové a softvérové prostriedky potrebné k výučbe.....	67

<b>Záver .....</b>	<b>68</b>
<b>Zoznam bibliografických odkazov .....</b>	<b>69</b>
<b>Prílohy .....</b>	<b>72</b>

## ZOZNAM ILUSTRÁCIÍ A TABULIEK

Obrázok 1 Delenie didaktických prostriedkov.....	13
Obrázok 2 Pracovné okná programu Macromedia Flash MX .....	46
Obrázok 3 Výsledný súbor tangens.....	53
Obrázok 4 Prostredie programu FrontPage.....	55
Obrázok 5 Učiteľský modul programu Microsoft Class Server.....	58
Obrázok 6 Moodle – užívateľské rozhranie .....	62



## ZOZNAM SKRATIEK A SYMBOLOV

**NSFNET** - National Science Foundation Network.

**VKM** - Vybrané kapitoly z matematiky

**AS** - Action script

**WYSIWYG** - What You See Is What You Get

## SLOVNÍK TERMÍNOV

**Analýza** - rozkladanie, rozloženie na časti s cieľom zistiť ich znaky, funkcie, vzťahy.

**Didaktika** - teória vyučovania.

**Edukácia** - vzdelávanie a výchova.

**Efektívny** - účinný, skutočný.

**Evalvácia** – odhad, ocenenie.

**Exe súbor** – spustiteľný súbor.

**Hexadecimálny kód** – kód v šesnásťkovej sústave.

**Hypertext** - je značkový jazyk určený na vytváranie webových stránok a iných informácií zobraziteľných vo webovom prehliadači.

**Implikovať** – obsahovať, zahŕňať.

**Interaktivita** – vzťah.

**Kvantitatívny** - týkajúci sa množstva.

**Kybernetika** - vedná disciplína, ktorá sa zaoberá štúdiom a riadením zložitých informačných systémov.

**Mac OS** – Operačný systém počítačov firmy Apple.

**Metodológia** - náuka o vedeckých metódach.

**Morfing** – zmena.

**My SQL** – databázový jazyk.

**Open source** – program, ktorý je zadarmo, môže sa zadarmo meniť, kopírovať.

**PHP** - skriptovací jazyk, ktorý umožňuje vytvárať komplexnejšie HTML stránky, prepájať ich s databázou, umožňuje posielať emailové správy zo stránky, umožňuje vytvárať rôzne konfigurácie, na základe ktorých sa potom stránka zobrazí.

**Piktogram** - znak s obrázkovou, medzinárodne zrozumiteľnou informáciou.

**Radiálny** - idúci, prebiehajúci v smere polomeru.

**Skript** – súbor obsahujúci sériu príkazov.

**Syntéza** - skúmanie javu alebo predmetu ako celku, spájanie jednotlivých častí do celku, zlučovanie.

# ÚVOD

Cieľom tejto diplomovej práce bolo vytvoriť hypertextový výučbový program využitím funkcií programu Flash na výučbu problematiky zaoberajúcou sa matematickými funkciami. Výsledný produkt je prezentovaný komplexným výukovým materiálom v programe Class Server na tému „Matematické funkcie“.

Výučbový program zahŕňa:

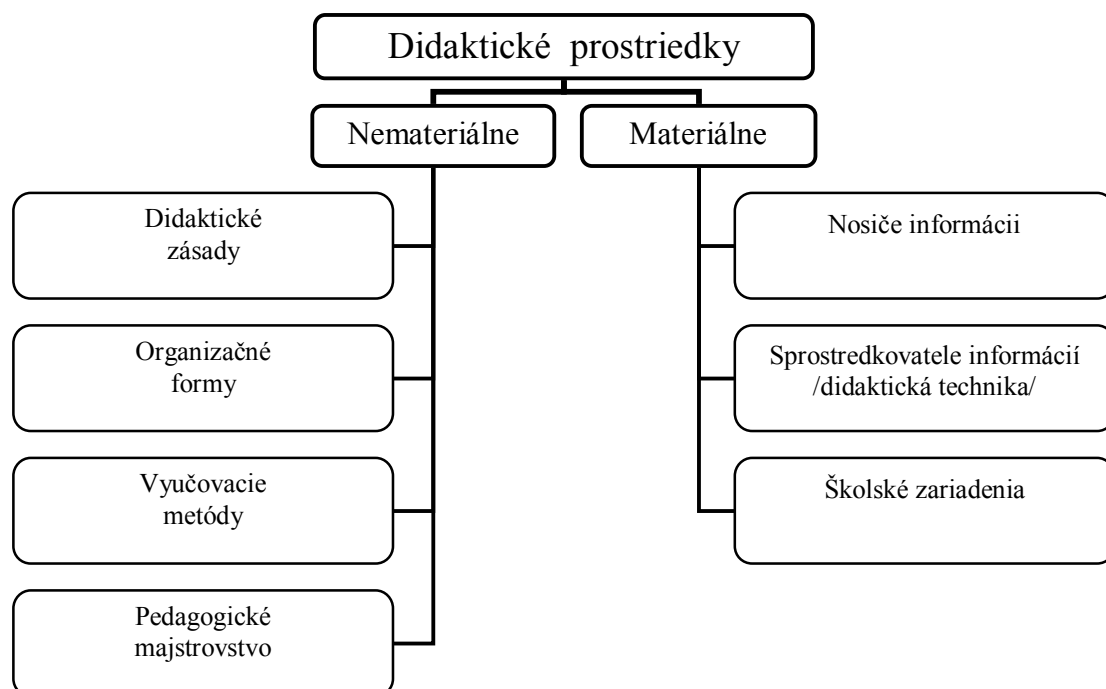
- teoretickú časť, ktorá uvádza študenta do problematiky matematických funkcií,
- animácie priebehov matematických funkcií, pri ktorých je možné meniť ich parametre,
- didaktický test, ktorý overí znalosti v danej problematike.

Produkt je využiteľný aj pre internetovú formu dištančného vzdelávania. Výučbový program by mal byť kvalitným hypertextom s jednoznačnými prednosťami pred tlačенou podobou učebného textu. Nebolo cieľom obsiahnuť celú problematiku predmetu Matematika, ale vytvoriť kvalitnú formu edukácie.

Táto teoretická časť diplomovej práce je rozdelená do štyroch kapitol. Prvá kapitola sa zaoberá problematikou a delením didaktických prostriedkov. Druhá kapitola rozoberá moderné vyučovanie, ako je napríklad teória programového vyučovania. Ďalšia kapitola pojednáva o internetových službách a taktiež o histórii Internetu. Posledná kapitola zahŕňa postup pri tvorbe výučbového programu, taktiež rozoberá možnú implementáciu výučbového programu do predmetu vybrané kapitoly z matematiky.

# 1 DIDAKTICKÉ PROSTRIEDKY

Didaktickými prostriedkami možno chápať všetky prostriedky, ktoré má pedagóg k dispozícii na dosahovanie vytýčených edukačných cieľov. Rozdelenie didaktických prostriedkov je nasledovné:



Obrázok 1 Delenie didaktických prostriedkov

## 1.1 Materiálne didaktické prostriedky

Materiálne didaktické prostriedky sú predmety, zhmotnené prostriedky, ktoré má učiteľ k dispozícii vo výučbe.

### 1.1.1 Nosiče informácií /Učebné pomôcky/

Vo vyučovacom procese učebné pomôcky väčšinou zastávajú funkciu znázorňovania učiva.<sup>13</sup>

V podstate ide o nosiče informácií súvisiacich s učivom. Pod informáciou sa tu chápe dôležitý poznatok (učivo) alebo oznam (pokyny na spracovanie).

Skupiny učebných pomôcok určených pre audiovizuálnu komunikáciu a zvlášť pre programovanú výučbu sú nasledovné:

- *Pôvodné predmety* – sú materiály a predmety z nášho životného prostredia. Patria sem napr. rastliny, zvieratá, plodiny, minerálne a kamene, ľudské výrobky, náradie, stroje a pod. Vo výučbe sú najnázornejšie práve pôvodné, originálne predmety.
- *Modely* – sú trojrozmerné pomôcky zväčšené, zmenšené, statické alebo dynamické, symbolické alebo aj fungujúce a pod.
- *Zobrazenia* – sú plošné pomôcky. Patria sem fotografie, nástenné didaktické obrazy alebo mapy, ale aj záznam na školskej tabuli. Sem zaraďujeme aj pomôcky na premietaný spôsob zobrazení – diapozitívy, priesvitky, filmy a obrázky na episkopické premietanie.
- *Zvukové pomôcky* – sú vlastne zvukové záznamy: gramoplatňa, CD-platňa, záznam na magnetofónovej páske alebo kazete a pod.
- *Videozáznamy* – patria sem záznamy elektronického obrazu, väčšinou so záznamom sprievodného zvuku. V školách sa používajú videozáznamy na kazetách VHS (Video Home System) kvality.

---

<sup>13</sup> PETLÁK, E.: *Didaktika I.* Bratislava : Agentúra Pedagóg, 1995.

- *Špeciálne pomôcky* – slúžia na znázornenie prírodných javov. Napr. magnetkou a železnými pilinami zviditeľníme magnetické siločiaru.
- *Literárne pomôcky* – sú pomôcky obsahujúce písaný text (ručne alebo tlačiarenskou technikou). Patria sem učebnice, metodické príručky, slovníky, encyklopédie, odborná literatúra, notové materiály, ale aj odborné časopisy, teda všetko, čo je písané alebo tlačené na papier a vyžíva sa vo výučbe.
- *Vyučovacie programy* – sú učebné pomôcky, v ktorých učivo je spracované podľa všeobecných zásad programovanej výučby. Kroky vyučovacieho programu obsahujú prvky informácií, otázok a úloh, odpovedí a fixácií. Sú pomôckami programovanej výučby. Najjednoduchšie sú spracované knižnou formou, ako sú programované učebnice. Niekedy vyučovacie programy sú spracované audiovizuálnou formou, ktoré sa reprodujú špeciálnymi vyučovacími strojmi. V poslednom období vyučovacie programy sa pripravujú v digitálnej forme a dodávajú sa ako počítačové programy – softvér.

### ***1.1.2 Sprostredkovatele informácií /didaktická technika/***

Didaktická technika slúži vo výučbe na sprostredkovanie informácií z učebných pomôcok alebo z iných zdrojov.

Skupiny didaktickej techniky slúžiacej na audiovizuálnu komunikáciu:

- *Prístroje na záznam obrazu* – klasická fototechnika, fotoaparát, filmová kamera, reprodukčná súprava a pod.
- *Zobrazovacie plochy* – klasické zobrazovanie na školských tabuliach (drevené kriedové, keramické, biele, magnetické, flanelové, hobrové, priesvitné a pod.), premietacie plochy na prednú projekciu (premietacie plátna, premietacie tabule)

a na zadnú projekciu (matnica z premietacej fólie, plexiskla, pauzovacieho papiera).

- *Projektory* – slúžia na premietanie obrazu z diapozitívov (diaprojektor), z priesvitiek (spätný projektor), z filmu (filmový projektor) alebo z nepriesvitných pomôcok, fotografií, časopisov a pod. (epiprojektor).
- *Zvuková technika* – sú to elektroakustické prístroje, ktoré menia akustický zvukový signál na elektrický a po spracovaní (záznamu, zosilnení alebo frekvenčnej úprave) vrátia do počuteľnej akustickej formy. Patrí sem gramofón, magnetofón, CD-prehrávač, snímače a mikrofóny, zosilňovač, reproduktory, rozhlasový prijímač, zvuková súprava alebo veža, jazykové laboratórium, školská rozhlasová ústredňa a ďalšie.
- *Televízna technika* – k otvorenému televíznemu okruhu zaraďujeme televízny prijímač, k uzavretému televíznemu okruhu zaraďujeme videokameru, videomagnetofón, videomonitor a videoprojektor.
- *Špeciálne prístroje* – laboratórne prístroje, ktoré umožnia sledovať a merať tie prírodné javy, na ktoré naše zmysly nestačia. Takým prístrojom je napr. mikroskop, ďalekohľad, merač elektrického napätia, laboratórna váha, posuvné meradlo, mikrometer, kalkulačka a pod.
- *Vyučovacie stroje* – patria medzi technické prostriedky, ktorých programy sú spracované audiovizuálnou formou. Sú technickými prostriedkami programovanej výučby.
- *Automatizovaná učebňa* – učebňa didaktickej techniky, v ktorej jednotlivé prístroje didaktickej techniky sú riadené (prípadne automaticky) z centrálného pultu. V týchto učebniach sú jednotlivé vyučovacie stroje, prípadne študentské jednotky spätnoväzbového zariadenia, kontrolované od riadiaceho pultu.



- *Počítače vo výučbe* – sú programovateľné, a preto sú univerzálnou didaktickou technikou. Pedagóg ich využíva na pomoc pri organizovaní výučby (evidencia, počítanie priemerov a pod.), pri tvorbe učebných pomôcok (priesvitiek, pracovných listov a pod.), na demonštráciu multimediálnych programov, na samostatnú prácu študentov, na prácu v lokálnej počítačovej sieti (intranet) alebo v medzinárodnej sieti (Internet).

### **1.1.3 Školské zariadenia**

K vysvetleniu učebnej látky sú potrebné učebné pomôcky a didaktická technika, ale k uskutočneniu výučby sú potrebné aj učebne a ďalšie školské priestory:

- architektonické mikro-priestory,
- architektonické makro-priestory.

K architektonickým *mikro-priestorom* zaraďujeme:

- učebne,
- laboratória,
- kabinety,
- herné priestory a ďalšie.

K *makro-priestorom* patrí:

- školská budova,
- športové ihriská,
- oddychový areál,

- školská záhrada a pod.<sup>2</sup>

## 1.2 Nemateriálne didaktické prostriedky

Nemateriálne prostriedky sú také, ktoré vyjadrujú určité vzťahy, okolnosti, súvislosti a v súčinnosti s ostatnými prostriedkami zabezpečia úspešnosť výučby.

### **1.2.1 Pedagogické majstrovstvo**

Pedagogické majstrovstvo zahŕňa skúsenosti, zručnosť, šikovnosť, talent učiteľa, jednoducho vlastnosti majstra pedagogiky, ktoré umožnia úspešne zvládnuť interakčné vzťahy smerom k žiakom. Medzi želané špeciálne vedomosti učiteľa sa dnes počíta ovládanie cudzích jazykov ako i druhá, tzv. elektronická gramotnosť – vedieť komunikovať pomocou elektronických prístrojov a zariadení.

### **1.2.2 Vyučovacie metódy**

Vyučovacie metódy sú nám známe z didaktiky. S učebnými pomôckami a didaktickou technikou pracujeme v rámci použitia názornej metódy, metódy zmyslového poznávania.

### **1.2.3 Organizačné formy**

Popri klasickej vyučovacej hodine sa výučba organizuje aj formou cvičení, laboratórnych prác, exkurzií, súťaží, individuálnej, skupinovej, alebo frontálnej práce.

---

<sup>2</sup> BOHONY, P a kol.: *Didaktická technika I.* Nitra : Pedagogická fakulta, 1984.

Dôležité je samoštúdium - individuálne vyhľadávanie vhodných informačných zdrojov a samostatné riešenie zadanej úlohy.

## 2 MODERNÉ VYUČOVANIE

Spoločnosť i ekonomika si vyžadujú nové ciele a prístupy v učebných procesoch. Samostatné a kritické myslenie, pripravenosť prevziať zodpovednosť a inovačné prístupy sú len niektoré z kritérií, ktoré určujú moderné vzdelávacie procesy. Priemyselná revolúcia, búrlivý rozvoj prírodných vied, trhová ekonomika – to všetko malo v poslednom storočí za následok prudké zrýchlenie nielen vedecko-technického rozvoja, ale aj životného tempa väčšiny obyvateľov tejto planéty. Vďaka globalizácii narastá konkurencia – ak sa chceme uplatniť, musíme si neustále zvyšovať svoju kvalifikáciu. Narastá množstvo odborov a zameraní, trh práce si vyžaduje stále užšiu špecializáciu expertov a toto všetko spolu s rozvojom informačných a komunikačných technológií vytvára ideálne prostredie pre rozvoj moderného vzdelávania.

### 2.1 Multimediálne teórie edukácie

Pod pojmom informačné a komunikačné technológie rozumieme výpočtové a komunikačné prostriedky, ktoré pomáhajú pri výučbe, štúdiu i vzdelávaní, pri práci a všeobecne v živote. Patrí k nim počítač, Internet, e-mail, mobilný telefón, kalkulačka, elektronický diár a podobne. Spôsob vyučovania, pri ktorom sa používajú počítače sa vo všeobecnej pedagogike zaraďuje medzi multimediálne teórie edukácie.

Multimediálne teórie pozostávajú z:

- *Programovaného vyučovania* - programované učenie je hraničnou disciplínou medzi pedagogikou, psychológiou a informatikou. Organizačne je učivo rozčlenené na sled informácií a operácií. Učenie je aktívny a tvorivý proces

riešenia úloh a je prispôsobené tempu žiaka. Z hľadiska technologických prístupov programované vyučovanie terminologicky pracuje s pojmami: proces, komunikácia, technológia, technika, prostriedky, informatizačné prostredie atď. Dôraz sa okrem iného kladie na komunikáciu a v nej spätnú väzbu v procese odovzdávania a osvojovania si poznatkov, používanie komunikatívnych technológií komunikácie.

- *Systémového vyučovania* - každý systém sa skladá z prvkov (žiaci, učitelia, učebnice, vyučovacie predmety, počítače), ktoré tvoria štruktúru (kognitívne aj nonkognitívne funkcie, činnosti na ich rozvoj, medziľudské vzťahy a komunikácia). Teória systémov a technológií vzdelávania je spoločným základom kognitivismu (ktorý pracuje so spracovaním, uložením resp. využitím informácií a s heuristickými metódami riešenia problémov) a humanizmu, ktorý v ostatnom čase priznáva, že základom ľudskej osobnosti je aj jej kognitívna charakteristika.
- *Hypermediálnych prístupov* - vychádzajú z kybernetiky, umelej inteligencie, z výskumov komunikácie a informačných technológií. Hypermediálny prístup spočíva v skúmaní technologických prostriedkov z hľadiska ich interaktivity. Konceptie založené na multimediálnych metódach okrem iného zdôrazňujú, že počítač je sprievodcom žiaka, ktorý reaguje na jeho aktivity, žiak vytvára a formuluje hypotézy a počítač vytvára simulácie, ktoré ich pomáhajú vyvrátiť resp. overovať. Hypermediálne vzdelávanie umožňuje kooperatívne vyučovanie pomocou počítačov (v zmysle práce v skupinkách), poskytuje možnosť pracovať so širokým spektrom rôznorodých informácií a rozvíja variabilnejšie interaktívne vzťahy vstupujúce do vzdelávacieho procesu.

- *Virtuálneho vzdelávania* - základným atribútom virtuálneho vzdelávania je, že prebieha cez Internet, pričom sa využívajú možnosti vzájomného rozhovoru v reálnom čase, čo prispieva k efektívnej interakcii medzi učiacim sa, učebnou látkou a učiteľom. Rozmach informačných technológií umožnil dokonca vznik projektov pre virtuálne školy. „To však neznamená, že školy jedného dňa zaniknú a žiaci sa budú učiť doma pri počítači.“

## 2.2 Teória programovaného vyučovania

Za pedagogicko-psychologický základ vyučovania pomocou počítača možno považovať teóriu programovaného učenia. Podstata programovaného učenia je v tom, že učivo sa rozloží na rad postupných, logicky na seba nadväzujúcich krokov - jednotiek učiva, ktorými žiak postupne prechádza. V každom kroku sa vyžaduje od žiaka aktivita, a to tak vnútorná (vnímanie, pochopenie, zapamätanie), ako aj vonkajšia (v podobe pozorovateľnej činnosti, napr. písania). Učenie sa upevňuje bezprostredným overovaním správnosti splnenia každého kroku. Na rozdiel od tradičného vyučovania, pri ktorom sa žiak naučí určité učivo, alebo vyrieši úlohu, ale až po dlhšom čase, pri skúšaní alebo oprave písomnej práce sa dozvie ako pracoval (táto informácia už nepôsobí na proces učenia). Programované učenie so svojou priebežnou a ustavičnou kontrolou má nielen spevňujúci účinok, ale aj aktivuje žiaka do ďalšieho učenia.

### **2.2.1 Základné zásady programovaného učenia**

Pri tvorbe vyučovacích počítačových programov sa môžu využiť tieto základné zásady programovaného učenia:

- *Zásada malých krokov* (učivo sa rozčlení na menšie časti, pričom každá časť obsahuje výklad učiva, úlohu a riešenie úlohy).
- *Zásada aktívneho reagovania* (každý elementárny úsek učiva je doplnený vhodnou úlohou. Úlohu musí žiak vyriešiť, t.j. musí aktívne reagovať a riešenie zapísať do programu).
- *Zásada bezprostredného upevňovania* (po preštudovaní učiva a vyriešení úlohy žiak okamžite dostane informáciu o správnosti svojho riešenia - má okamžitú spätnú väzbu).
- *Zásada individualizácie* (vyjadruje požiadavku rešpektovania osobitostí žiaka, najmä jeho schopností, nadania, rýchlosti. Schopní žiaci môžu postupovať rýchlejšie a nemusia, ako pri tradičnom vyučovaní počúvať to, čo vedia. Žiaci menej schopní a pomalšie pracujúci žiaci sa učia bez nervozity a strachu).
- *Zásada hodnotenia a vylepšovania programu* (program sa ustavične preveruje v praxi. Kroky, ktoré robia žiakom ťažkosť sa upravujú).

Vo väčšine súčasných aplikácií sa stretávame s rôznymi modifikáciami programov Skinnerovho alebo Crowderovho typu, ktoré v období vzniku programovaného učenia boli prezentované v knižnej forme alebo prostredníctvom vyučovacích strojov. Osobné počítače však umožňujú zabezpečovať i niektoré zložité funkcie, ktoré vyučovacie stroje zabezpečiť nemohli (napr. rozhodovacie procesy, vyhodnocovanie testov, sledovanie histórie učenia a pod.).

### **2.2.2 Lineárny program (B.F.Skinner)**

Žiak si postupne osvojuje veľmi malé dávky učiva, pričom sa nedopúšťa chýb. Obsah všetkých krokov programu je rovnaký pre všetkých žiakov, v dôsledku čoho individualizáciu učenia umožňuje jedine osobné tempo. Učenie sa i riešenie úlohy si

vyžaduje predovšetkým pozorné vnímanie a dobrú pamäť. Zložitejšie psychické procesy, najmä myslenie, nie je možné naprogramovať, a teda ani riadiť a kontrolovať. Medzi lineárne programy patrí i Presseyho program s výberovou formou odpovedí, vhodný na repetičné účely. Žiakovi sú predkladané otázky v stanovenom poradí, pričom postup k nasledujúcej úlohe je možný iba po zavedení správnej odpovede. V prípade voľby chybných alternatív odpovede je žiak na chybu upozornený a požaduje sa voľba inej alternatívy.

### ***2.2.3 Vetvený program (N.A.Crowder)***

Od lineárnych sa líši tým, že nepredpisujú pevný sled krokov, používajú výberovú formu odpovedí a umožňujú reakciu na chyby žiaka. Podľa Crowdera podstata učenia spočíva vo všestrannej, hlboknej analýze učiva, ktoré si musí žiak osvojiť s porozumením, keď je prinútený rozmýšľať. Toto je možné iba ak rozsah učiva obsiahnutého v jednom kroku programu je väčší ako v lineárnom programe. Kontrolu učenia sa a spevnenie je možné pri väčšom rozsahu učiva realizovať iba zatvorenými úlohami s voľbou odpovede. Ak si žiak zvolí nesprávnu odpoveď, musí sa vrátiť a preštudovať učivo ešte raz, pričom toto učivo je väčšinou prezentované v inej podobe podrobnejšie, t. j. prejde inú vetvu programu. Pri vetvených programoch podlieha individualizácii nielen tempo učenia sa, ale aj učivo.

### ***2.2.4 Zmiešaný program***

Zmiešaný program je v podstate kombináciou lineárneho a vetveného programu. Typickým predstaviteľom vetveného programu je tzv. Scheffieldsky program. Hlavnú



vetvu programu tvorí vetvený program a vedľajšie vetvy (korektívne učenie v prípade voľby nesprávnej odpovede) lineárny program.

## 2.3 Vyučovacie programy

Je vytvorených viacero didaktických programov, ktoré sa líšia ako svojim obsahom, tak spôsobom prevedenia a skupinou ľudí, pre ktorú sú určené. Preto rozoznávame niekoľko druhov vyučovacích programov, ktoré si rozoberieme v nasledujúcom texte.

### 2.3.1 Funkcie vyučovacích programov

Využitie počítača na riadenie osvojovacieho procesu študentov sa uskutočňuje prostredníctvom rôznych didaktických programov - teda programov, ktoré niečo vyučujú.

Pomocou didaktických programov môžeme zabezpečiť tieto didaktické funkcie:

- informačnú,
- repetično - fixačnú (precvičovaciu),
- kontrolno – examinačnú,
- diagnostickú.

Jednou z charakteristických črt počítača je možnosť integrovať viacero alebo všetky uvedené funkcie v jednom vyučovacom programe. V rámci informačnej funkcie počítač poskytuje žiakom textové a grafické informácie.

S výhodou sa tu uplatňujú:

- prezentácia formou hypertextu,

- demonštrácia niektorých vlastností a javov pomocou počítačových modelov a simuláciou procesov s možnosťou animácie a ovplyvňovania niektorých parametrov demonštrovaného modelu a jeho štruktúry.

Precvičovaciu funkciu počítač môže plniť tým, že po vysvetlení a prezentácii určitého učiva predkladá študentovi primeraný počet úloh a informuje študenta o správnosti výsledkov. Počítač možno veľmi efektívne využiť pri konštrukcii, oprave, klasifikácii i analýze didaktických testov. Umožňuje kontrolovať dosiahnutie vzdelávacích cieľov a získavať spätno-väzobné informácie o rozsahu a kvalite ich dosahovania.

### ***2.3.2 Zásady pri tvorbe vyučovacích programov***

Pri tvorbe vyučovacích programov sa odporúča postupovať podľa niektorej z osvedčených metodík. Napríklad niektorí autori odporúčajú rozčleniť tvorbu a výrobu vyučovacieho programu do týchto etáp:

- starostlivé zváženie a zdokumentovanie námetu, ktorý by mohol obsahovať: názov programu, typ počítača, určenie, obsah, didaktické funkcie, využiteľnosť v rámci konkrétnej metódy a formy vyučovania, predpokladaná doba práce s programom,
- spracovanie projektu programu, v ktorom sú vymedzené vyučovacie ciele, konkretizované typy didaktických funkcií programu a určenie rozsahu učiva,
- príprava obsahu výučbového programu,
- zostavenie blokovej schémy vyučovacieho programu,
- napísanie uceleného scenára výučbového programu a zostavenie štrukturogramu (grafické znázornenie všetkých jednotlivých elementárnych výučbových reakcií),

- zostavenie obrazkového scenára s doriešením podrobností grafického výtvarného návrhu,
- počítačová realizácia vyučovacieho programu,
- priebežné (formatívne ) a záverečné (sumatívne) hodnotenie programu resp. jeho aprobácia v pedagogickej praxi.

### ***2.3.3 Kategórie vyučovacích programov***

Ako vieme počítač hrá hlavnú úlohu v súčasných vyučovacích programoch. Dnes by nemal byť problém pre vzdelaného pedagóga účinne využívať vyučovacie programy, ktoré sa v školstve vyskytujú. Mal by ovládať aspoň kategórie vyučovacích programov, ktoré sa v školstve objavujú, bohužiaľ niekedy len sporadicky. Pri poznatkoch z oblasti vyučovacích programov by nemal byť problém zadať reálnu požiadavku programátorovi na vytvorenie vyučovacieho programu.

V súčasnosti sa v školstve najviac využívajú nasledovné vyučovacie programy:

- **Programy typu desaťminútoviek** - Jedná sa o programy, ktoré sú vlastne elektronickou podobou testov, ktoré počítač veľmi rýchlo a bezchybne vyhodnotí. Týmto spôsobom si učiteľ ušetrí drahocenný čas s opravou krátkych testov pre študentov. Môže sa jednať o programy ktoré precvičujú jednoduché aritmetické výpočty v matematike, alebo v slovenčine dopĺňanie „i“ a „y“ v slovách alebo dopĺňanie čiarok vo vetách. V dejepise a zemepise na preskúšanie faktických údajov, alebo program ktorý reprezentuje test v autoškole, atď. Tieto programy majú takú výhodu, že ich tvorca (veľmi často je ním sám učiteľ) si ho naprogramuje tak, že skúšaný – študent sa dozvie po zodpovedaní otázky správnu odpoveď. Program môže byť upravený tak, že

môže pracovať na sieti a učiteľ si môže počas testu sledovať odpovede jednotlivých študentov. Môžu sa ukladať chyby, a na tomto základe upraviť náročnosť ďalších testov, apod. Tieto programy majú aj svoju nevýhodu. Tá je v tom, že skúšajú väčšinou iba faktografické údaje.

- **Programy na precvičovanie učiva** - Programy tohto typu sú veľmi podobné s predchádzajúcim typom programov. Rozdiel je však v tom, že v programoch na precvičovanie učiva je kladený dôraz na precvičovanie. Hodnotenie slúži iba ako pomocná informácia pre študenta. Ak študent chybné odpovie, tak mu program zobrazí správnu odpoveď. Po určitej dobe sa môže vrátiť k chybné zodpovedaným otázkam, môže zvoliť pomocné otázky, aby študenta naviedol na správnu odpoveď. Je ale zrejmé, že do programu je možné zabudovať iba obmedzené množstvo informácií. Ale na druhej strane, môže byť program vytvorený tak, že si informácie ťahá cez internetovú sieť zo servera. Takto je možné zabezpečiť veľké množstvo informácií pre študenta, no stále je množstvo informácií obmedzené a závislé od autora takéhoto programu. Pri takýchto programoch je dôležité, aby sa študent sústredil iba na daný program a aby jeho pozornosť neodvážala napríklad obsluha programu. Preto je dôležité, aby bolo ovládanie programu jednotné, t.j. aby bolo zhodné zodpovedanie na otázky typu áno - nie, rovnaký spôsob opravy zle zodpovedanej otázky apod. Študent by nemal byť rozptyľovaný odlišným spracovaním z hľadiska ovládania programu, grafickou úpravou a rozličným kladením otázok, odpovedí a sprevádzajúcich textov. Pri použití takýchto rôznorodých programov program nie príliš prispieva k precvičovaniu učiva. No na druhej strane je použitie rôznych programov výhodné z hľadiska počítačovej zručnosti študentov. Tieto programy môžeme využiť napríklad pre zaostávajúcich študentov, alebo študentov, ktorý vynechali

niektoré prednášky. Naopak talentovaní študenti nemusia byť týmito programami zaťažovaní. Je možné vytvoriť takýto program pre viaceré predmety – precvičovanie slovíčok, gramatiky, numerických výpočtov, letopočtov, apod. Pre študentov základných ale aj stredných škôl je možné tieto programy zmiešať s počítačovými hrami. Takto sú viacej motivovaní a pri hre si niekedy ani neuvedomia, že sa učia novým pojmom, vedomostiam a zručnostiam.

- **Výučbové programy** - V predchádzajúcich dvoch typov programov sme predpokladali, že učivo bolo najskôr vysvetlené a až potom si ho študenti precvičovali pomocou programov na počítači. Podľa zásad programového vyučovania, analogicky k programovaným textom, sa dajú vytvoriť aj výučbové programy. Výhodou je automatizovaná činnosť na počítači – rýchle prechody do potrebných vetiev programu. Tieto programy majú aj nevýhody a to hlavne v tom, že študent je pri osvojovaní si nových vedomostí riadený počítačom a nie počítač študentom. Vo výučbovom programe môžeme síce pripraviť viacero vetiev programu, podľa zodpovedaní kontrolných otázok študenta, ale nepokryjeme tým všetky situácie, ktoré môžu pri vyučovaní nastať. Preto je výhodné použiť takýto program súčasne s výkladom učiteľa, kedy sa študent môže spýtať priamo učiteľa, ktorý mu na jeho otázku odpovie. Samozrejme, že sú časti učiva, na ktoré bez problémov môžeme využiť výučbový program úzko spätý s programom pre precvičovanie učiva. No vždy sa môže nájsť študent, ktorý bude potrebovať sprevádzajúcu prednášku alebo pomoc učiteľa, ktorú mu program nedokáže poskytnúť.
- **Demonštračné a motivačné programy** - Počítač nám dáva veľké možnosti pri demonštrácii učiva. Dajú sa na ňom vyrobiť výučbové animácie a to niekedy

jednoduchšie ako pri tvorbe filmu či videozáznamu. Veľké možnosti sa naskytujú pri vyučovaní matematiky pri výklade funkcií jednej a dvoch premenných – keď pomocou počítača nakreslíme ich graf, zdôraznia sa niektoré z vlastností funkcií, zobrazíme graf prvej alebo druhej derivácie, inverznej funkcie, graf súčtu alebo rozdielu dvoch a viac funkcií atď. Tieto programy tiež veľmi prispievajú k výkladu významu parametrov v rovniciach funkcií pre priebeh funkcie a jej grafu u priamok, polynomických funkcií, goniometrických funkcií apod. Názornosť obrázkov pri grafickom riešení rovníc, nerovníc, ich sústav atď. podstatne prispieje k chápaniu prednášaných vzťahov. Pomocou počítača môžeme vytvoriť napríklad animáciu, pomocou ktorej bude vysvetlené zavedenie goniometrických funkcií z jednotkovej kružnice, výklad učiva o množine bodov danej vlastnosti, konštrukčné úlohy atď. Je možné vysvetliť slovné úlohy na pohyb za pomoci jednoduchých animácií, kde sa stretávajú alebo míňajú dve autá. Výhodné je využiť počítač aj pri vyučovaní štatistiky, kombinatoriky kedy umožní zobrazit' všetky možné situácie, ktoré prichádzajú do úvahy. Samozrejme, že demonštrácia učiva pomocou počítača sa dá využiť nielen v matematike, ale aj iných predmetoch. Veľké možnosti sú vo fyzike pri výklade balistických kriviek, alebo genetických vlastností v biológii, atď. Pre motivačné účely môže počítač prispieť aj odlišným spôsobom. Napríklad odvodiť matematický aparát potrebný pre vytvorenie daných obrázkov. Príkladom môže byť analytická geometria v rovine, v priestore, analytické vyjadrenie geometrických zobrazení, zobrazovacích metód deskriptívnej geometrie, parametrického vyjadrenia rovníc kriviek, ale tiež hľadať približný výpočet derivácie či integrálu atď. Pri takýchto príležitostiach sa uplatnia tiež dopredu pripravené programy motivujúce výklad daného učiva matematiky.

- **Simulácia dejov** - Predovšetkým pre vyučovaní fyziky vzniklo mnoho programov na simuláciu dejov, ktoré nie je možné experimentálne realizovať. Namiesto skutočného pokusu tak podľa matematického modelu prebieha simulácia na monitore. Pokiaľ je matematický model správny a tiež všetky použité vzorce a vzťahy, tak je možné na monitore sledovať dej, ktorý zodpovedá reálnemu priebehu experimentu alebo pokusu. Je jasné, že podobné programy existujú nie len pre oblasť fyziky, ale aj chémie, biológie či ekonomiky. Využitie tohto typu programu je možné aj v matematike v oblasti štatistiky, kedy zdĺhavé pokusy hádzaním kockou nahradíme programom, ktorý nám vygeneruje náhodné čísla. Pravdepodobnosť nahradíme funkčnými hodnotami počítanými podľa vhodnej rovnice počítačom. Bude to opäť simulácia, kedy realitu nahrádzame matematickým modelom. Takéto schematické modelovanie experimentov veľmi zjednodušuje pochopenie príslušných zákonitostí. Programy pre simuláciu dejov môžu byť dvojakého druhu. Jedná sa o programy, ktoré dokážu simulovať iba jeden vopred naprogramovaný jav a na druhej strane interaktívne programy, pomocou ktorých môžeme jeden experiment pozorovať pri rôznych parametroch – môžeme meniť gravitačné sily, hmotnosť, odpor, rýchlosť vetra apod. a pozorujeme vplyv týchto parametrov na dej na monitore. Pre pochopenie učiva a zákonitostí sú práve takéto programy s meniteľnými parametrami veľmi účinné. Tieto programy sú tiež tak trochu výučbovými programami, kde študent alebo učiteľ riadi činnosť počítača. Podporujú rozvíjať tvorivý charakter myslenia študentov, možnosti experimentovať, zovšeobecňovať a vykonávať práve potrebné simulácie experimentu. Pomocou týchto programov by bolo možné vyučovať niektoré optimalizačné algoritmy na konkrétnych príkladoch, no na to je

potrebné zvládnuť jazyk pre programovanie v týchto programoch a naučiť študentov tieto program ovládať.

- **Programy ako nástroj učiteľa a študenta** – Do tejto oblasti programov zahŕňame hlavne komfortné programy, ktoré ponúkajú široké možnosti, ale aj jednoúčelové programy pre spracovávanie rôznych výpočtov, protokolov, grafov k laboratórnym cvičeniam. Počítače môžu samy riadiť laboratórne cvičenia, zozbierať dáta z meracích prístrojov a tie následne vyhodnotiť. To by ale študent iba sledoval činnosť, ktorú za neho urobí počítač. To by ale nebolo veľmi prospešné pre študentov, preto treba vhodne zvoliť, ktoré činnosti sú podstatné a má ich vykonávať študent a ktoré počítač. Špecifické miesto v tejto kategórii programov má vlastná programátorská činnosť študentov. Študent si sám vyhotoví program, ktorý potom využije pri laboratórnych cvičeniach vo fyzike alebo v chémii atď. Samozrejme, že nie je nutné vytvárať programy, ktoré už pred ním niekto iný vytvoril, ale ich môže upraviť či doplniť o ďalší kód a následne využiť, alebo vytvoriť knižnicu podprogramov k už vytvorenému programu, ktoré môže vhodne využiť. Program sa potom bude chovať tak, ako si študent predstavuje a bude môcť vykonávať činnosti, ktoré pred úpravou robil vo viacerých krokoch. Takto sa nám naskytuje príležitosť spojenia vyučovania programovania s vyučovaním iných predmetov. No programy ako nástroj študenta však na druhej strane nemusia požadovať žiadne znalosti z programovania. Tieto programy samé ponúkajú menu poskytovaných služieb a po doplnení parametrov prevedú študentom zvolenú činnosť a zároveň kontrolujú vznik možných chýb. Jedná sa napríklad o programy na úpravu zlomkov, kde počítač môže upozorniť na to, že daným číslom sa zlomok krátiť nedá, alebo že by sa výsledok mal ešte krátiť – upraviť na základný tvar.



Podobne pracujú aj iné programy, napríklad na riešenie lineárnych rovníc či nerovnic, alebo ich sústav. Študent je tak odbremený od numerických výpočtov, ktoré za neho vykonáva a venuje sa stratégii riešenia danej úlohy. Keďže študenti relatívne často robia numerické chyby, či chyby z nepozornosti, alebo niečo prehliadnu, tak je výhodné použiť program, ktorý robí numerické výpočty za nich a tým umožní študentovi dopracovať sa k správne riešeniu úlohy.

- **Riadenie experimentov a procesov** - Pomocou snímačov počítač sníma hodnoty teploty, napätia, prúdu, údaje z PH-metrov, magnetických síl atď. a tieto následne vyhodnocuje v podobe grafov alebo štatisticky spracováva. Takto sa dajú získať údaje z rôznych experimentov behom pár sekúnd, alebo naopak v dlhých časových intervaloch. Študenti sa tak stretávajú pri vyučovaní so skutočným využitím počítačov pri automatickom riadení procesov, vyhodnocovaní vedeckých experimentov, pri sledovaní činnosti lietadiel či elektrární. Asi najvýznamnejšie využitie počítačov je v automatizácii, riadení procesov a robotizácii. Preto ako vo vyučovaní informatiky, tak aj v iných odborných predmetoch sú zahrnuté príslušné témy učiva. Študentom musia školské počítače s príslušnými programami umožniť previesť príslušné experimenty z oblasti ovládania jednoduchých technických zariadení počítačom.
- **Databanky (databázy)** - Ďalšou významnou aplikačnou oblasťou počítačov je spracovávanie veľkého množstva informácií. K tomu sú potrebné veľké diskové pamäte, alebo je možné informácie získať pomocou lokálnej siete zo servera, alebo cez Internet. Takto môže počítač slúžiť napríklad ako slovník vo vyučovaní cudzích jazykov, vo vyučovaní geografie na získanie údajov pre vykreslenie rozsiahlych a podrobných máp, a to rýchlejšie a pohodlnejšie než pri

prácou s klasickými mapami a príručkami. Pri vyučovaní dejepisu môže poslúžiť namiesto niekoľko stostranovej encyklopédie, alebo pri vyučovaní literatúry ako zdroj článkov a knižiek v elektronickej podobe. V matematike, chémii alebo fyzike môžu databanky nahradiť zbierky vzorcov, atď. Vo všeobecnosti je možné využiť databanky takmer v každom vyučovacom predmete a to takým spôsobom, že prednášaná látka sa nachádza v elektronickej podobe na nejakom médiu, alebo na serveri, a či už v podobe súborov alebo internetových stránok si môže študent nechať zobrazit' údaje, ktoré potrebuje. S prácou programov typu databanka sa študenti môžu stretnúť aj pri vedení školskej administratívy, sledovaní dochádzky, aktivity, termínov opakovania skúšok, atď. Síce nejde o priame využitie vo vyučovaní, ale študenti tak spoznávajú rôzne výhody a nevýhody nasadenia počítačov v administratíve.

- **Počítačové hry** - V prípade počítačových hier existuje viacero rôznych názorov. Sú rozdielne hodnotené klady a zápory počítačových hier, preto je treba rozoznávať jednotlivé typy takýchto hier. Sú hry s negatívnym výchovným obsahom, hry stavané iba na postreh bez nutnosti premýšľania, veľmi populárne vojnové hry, vesmírne bitky, preteky áut, atď. V iných typoch hier je zasa nutné využívať svoj mozgový potenciál, vytvoriť nejakú stratégiu – rozvíjajú motoriku detí (študentov). V nových situáciách v hre musí študent namáhavo hľadať stratégiu pre svoju činnosť, no a po nájdení vhodného algoritmu tak ľahko prekonáva podobné ba tie isté nástrahy a musí analyzovať a experimentálne overovať nové nástrahy. Tu sa už ťažko analyzuje kladný vplyv niektorých hier na rozvoj logického myslenia, schopností experimentovať alebo vytvárať algoritmy. Tiež sú hry spojené so vzdelávacími cieľmi. Napríklad študent, ktorý nemá rád násobilku vydrží niekedy celé hodiny pri počítači, kde je hravou

formou skúšaný násobilku alebo slovíčka z cudzieho jazyka. Ďalšie hry sú založené na matematických a fyzikálnych zákonoch a vzťahoch. Napríklad letecké simulátory, kde je nutné správne zadať nadmorskú výšku, alebo sa správne zorientovať vo svetových stranách. U iných hier sa môže vyžadovať napríklad znalosť orientovať sa v karteziánskej sústave súradníc, zákony balistiky či odhadu ekonomických dôsledkov. Dokonca aj tvorenie hudby na počítači je možné považovať za hru. Na počítači si môžeme hudbu ukladať do pamäti, postupne ju upravovať, poznávať tak rôzne rytmy a stupnice. Nevýhodou počítačových hier je to, že ak sú používané vo veľkom rozsahu, tak si študenti zamieňajú realitu za matematický model, podľa ktorého počítačové hry pracujú. Študent sa potom domnieva, že aj realitu sa dá „oklamať“ a dochádza tak u nich ku skreslenému chápaniu reálneho sveta. No na druhej strane je tu veľká možnosť realizovať vyučovanie formou škola hrou, kedy aj nezáživné časti učiva je možné zakomponovať do didaktických počítačových hier a tak študentov atraktívne priviesť ku stanoveným cieľom. Existujú však aj počítačové hry, ktoré sa v školstve vo veľkej miere využívajú. Ide napríklad o programy Baltazár alebo Comenius Logo, pomocou ktorých sa študenti učia základom algoritmizácie a programovania. Na kreslení jednotlivých obrázkov v Baltazárovi alebo v Logu sa dá činnosť algoritmu veľmi názorne sledovať, no pri klasickom programovaní je vidieť iba prostredie na písanie kódu a výstup programu nie je vždy veľmi atraktívny. Študenti na základných školách veľmi ľahko a s chuťou zvládajú zákonitosti programovania, no oveľa ťažšie sa pre nich hľadajú námety na programy, pretože nemajú dostatok vedomostí z iných predmetov (napríklad z matematiky), ktoré by mali využiť aj pri tvorbe jednoduchých programov. Na druhej strane kreslenie obrázkov či pohyb

čarodejníka (Comenius Logo, Baltazár) prináša množstvo zaujímavých situácií, ktoré študentov motivujú. Tieto programy vedú k zásadám štruktúrovaného a modulárneho programovania, preto sa programy podobného typu vytvárajú ako potreby vyučovania základov programovania a existujú aj učebnice k týmto počítačovým hrám.

#### **2.3.4 Výhody a nevýhody vyučovacích programov**

*Výhody vyučovacích programov:*

- Dôraz na samostatnosť učebno-poznávacjej činnosti žiakov (rešpektovanie osobitostí žiaka, najmä jeho schopností, nadania, rýchlosti. Schopní žiaci môžu postupovať rýchlejšie a nemusia, ako pri tradičnom vyučovaní počúvať to, čo vedia. Žiaci menej schopní a pomalšie pracujúci žiaci sa učia bez nervozity a strachu).
- Dôraz na aktivitu žiakov (kontrolné úlohy musí žiak vyriešiť, t.j. musí aktívne reagovať a riešenie zapísať do programu).
- Žiak okamžite dostane informáciu o správnosti svojho riešenia - má okamžitú spätnú väzbu.
- Možnosť vylepšovať a dopĺňať program podľa potrieb výuky s minimálnymi nákladmi (ak zmeníme text vo výuke, zmeníme ho na serveri a automaticky ho majú zmenený všetci účastníci - nemusíme posielat' nové verzie programu).
- Možnosť názorných demonštrácií niektorých vlastností a javov pomocou počítačových modelov a simuláciou procesov s možnosťou animácie a ovplyvňovania niektorých parametrov demonštrovaného modelu a jeho štruktúry.

*Nevýhody vyučovacích programov:*

- Ak žiak urobí chybu a hneď na ňu reaguje, neznamená to, že sa zamyslel, prečo sa pomýlil, a sám vedome opravil chybu.
- Pokušenie pozrieť sa na riešenie skôr, ako vyrieši žiak úlohu, je veľké.
- Kvalita zobrazenia a rýchlosti programu závisí od použitého počítača (alebo lokálnej siete) pripojeného na Internet a prenosových liniek

## 3 INTERNET

Internet nie je jedna sieť, ale predstavuje globálnu sieť zloženú z mnohých ďalších menších sietí.

### 3.1 História Internetu

Kolískou siete Internet je USA, kde agentúra ARPA už v roku 1968 budovala experimentálnu počítačovú sieť ARPANET. Išlo o obrovský projekt, na ktorom pracovalo viac než 50 univerzít, firiem a vládnych vedeckovýskumných inštitúcií. Čo je ale dôležité, projekt dokázal význam počítačových sietí a v značnej miere ovplyvnil ďalší vývoj sietí. V roku 1987 National Science Foundation v USA začal prepájať medzi sebou americké počítačové siete. Bola tu snaha vybudovať National Science Foundation Network (NSFNET) na základe prepojenia šiestich veľkých počítačov v krajine. Za základ boli vzaté protokoly TCP/IP. Táto sieť zohrala a naďalej hrá kľúčovú úlohu pri vzniku a rozširovaní Internetu, pretože NSFNET bola použitá ako prenosná sieť na medzinárodnú sieť. To umožnilo využiť existujúcu sieť a viedlo k rýchlemu rozvoju siete Internet od roku 1987. NSFNET sa niekedy nazýva aj výkonnou chrbticovou sieťou.

Pôvodná predstava NSF spočívala v tom, že architektúru Internetu budú tvoriť tri nasledovné vrstvy:

- výkonná chrbticová sieť (NSFNET),
- lokálne počítačové siete na úrovni inštitúcií,
- celý rad ďalších stredných regionálnych sietí sústredených okolo výpočtových stredísk založených NSF.

V období od 1975 nastal obrovský rozmach Internetu pripájaním nových národných, regionálnych a hlavne lokálnych počítačových sietí. V súčasnom období je na Internet pripojených asi 973 000 000 /rok 2005/ užívateľov a ich počet každoročne rastie. Počet užívateľov sa samozrejme nedá presne určiť, lebo každoročne dochádza k miliónovým nárastom užívateľov.

Sieť, ktorá sa vyvinula počas posledných pár rokov, má omnoho komplexnejšiu architektúru a zahŕňa celý rad ďalších sietí predstavujúcich to, čo sa dnes nazýva „sieť sietí“ alebo globálna sieť Internet.

## 3.2 Služby Internetu

Jednou z fantastických vymožeností INTERNET-u je variabilita jeho informačných zdrojov a služieb. Prakticky každý deň sme svedkami vzniku nových zdrojov.

Služby Internetu rozdeľujeme na dve základné kategórie:

- **Klasické služby** - elektronická pošta, Telnet, Ftp, elektronické diskusné skupiny /News, Usenet, Netnews/, Whois, IRC.
- **Hypertextové a multimediálne služby** - WWW a sčasti aj jeho predchodca Gopher.

### 3.2.1 Elektronická pošta

Elektronická pošta patrí k najrozšírenejšej službe a najviac využívanej službe v Internete. Tí, čo si na ňu zvykli, si určite nevedia predstaviť efektívnejší spôsob komunikácie. Napísanie správy a poslanie na hociktorý kúsok našej planéty netrvá viac ako pár sekúnd. Prostredníctvom elektronickej pošty môžete kedykoľvek osloviť

niektorého z asi 684 miliónov /Júl 2005/ užívateľov, ktorí sú pripojení na Internet buď priamo alebo prostredníctvom nejakej inej siete. Môžeme si vymieňať správy so všetkými účastníkmi Internetu, ale aj ďalšími sieťami, ako napr. CompuServe alebo MCI-Mail, ktoré majú napojenie na Internet. Elektronickou poštou môžeme poslať aj programy, správy, elektronické časopisy a pod.

### ***3.2.2 Telnet - služba vzdialeného prístupu***

Táto služba umožňuje napojiť sa v sieti Internet na hosťateľský počítač, v ktorom máme prístupové práva. Po pripojení na vzdialený počítač sa potrebujeme prihlásiť (pokiaľ máme platný účet na vzdialenom počítači). Meno, podľa ktorého sa spozná číslo účtu, sa nazýva userID a heslo password. Po splnení týchto dvoch podmienok môžeme využívať výpočtovú kapacitu, dáta a programové vybavenie hosťateľského počítača.

### ***3.2.3 FTP***

FTP /File Transfer Protocol/ je protokol na prenos súborov. Služba Internetu umožňuje prenášať súbory buď v ASCII alebo v binárnej podobe. FTP umožňuje nielen sťahovať súbory zo vzdialených počítačov, ale ich aj ukladať do ich adresárov, zakladať a rušiť adresáre a súbory a pod. Základnou funkciou je obojsmerný prenos súborov medzi vzdialeným a lokálnym počítačom.

### ***3.2.4 Elektronické diskusné skupiny***

Diskusné skupiny siete Usenet sú elektronické skupiny používateľov, kde môžete zdieľať informácie a názory s ľuďmi z celého sveta. V každej diskusnej skupine môžete nájsť množstvo článkov k danej téme a množstvo preberaných tém. Diskusné



skupiny umožňujú odpovedať na prečítané články a takisto uverejňovať vaše vlastné články pre ostatných. Diskusné skupiny sú zorganizované a zoskupené podľa nadpisov s použitím zložených názvov. Napríklad: *rec.sport.basketball.college*. V tomto prípade *rec* znamená rekreačné témy, *sport* špecifikuje podskupinu rekreácie atď.

Tematických okruhov najvyššej úrovne je veľmi veľa, sú vytvárané podstatne voľnejšie v porovnaní s doménami najvyššej úrovne v prípade klasických internetových adries. Uvedieme aspoň zopár významných:

- **alt**- v tomto okruhu sú tie najrôznorodejšie témy, má veľmi veľa podkategórií,
- **comp**- témy týkajúce sa počítačov,
- **rec**- rekreačné aktivity, hobby,
- **sci**- rôzne vedecké diskusie - prírodné vedy, filozofia, psychológia, medicína, atď.,
- **soc**- témy o spoločnosti - kultúra, história, politika, náboženstvo, atď.,
- **talk**- voľná konverzácia na rôzne témy.

### 3.2.5 Whois

Služba whois umožňuje zisťovať informácie o užívateľoch siete Internet. Existujú whois servery na rôznych úrovniach. Vrcholový whois server pre Európu má doménové meno *whois.ripe.net* a je obhospodarovaný organizáciou RIPE (Réseaux IPEuropéens - Európske IP siete), ktorá riadi Internet v Európe.

### 3.2.6 IRC

Služba Internetu - Internet Relay Chat - vznikla ako analógia na komunikáciu medzi rádioamatérmi:

- Každý užívateľ má svoju prezývku (v angličtine nickname), pod ktorou ho všetci poznajú ,
- rozhovory sa konajú na rôznych kanáloch (po angl. channel), ktoré sa svojimi témami líšia.

Pomocou IRC je teda možné:

- Spoznávať nových ľudí ,
- rozprávať sa naraz s veľa ľuďmi,
- riešiť technické alebo programové problémy, ak sa podarí spojiť sa s príslušnými špecialistami,
- veľmi elegantne usporadúvať konferencie ľudí, ktorí žijú aj na rôznych miestach zemegule.

Siete IRC pracujú ako iné služby Internetu na princípe klient - server. Klient sa zhovára so serverom, ktorý rozširuje dáta. V IRC sú dáta tvorené textom rozhovoru a stavovými informáciami.

### **3.2.7 WWW**

World Wide Web (skrátene WWW alebo W3) je celosvetovo rozšírený informačný systém. Sieť WWW je jednou z najmladších služieb Internetu. Je však jednou z najvyužívanejších a vie plne využiť multimediálne schopnosti počítačov. No technické prevedenie nie je ani zďaleka to, čo robí túto sieť výnimočnou. To výnimočné sú informácie. Neobmedzené množstvo informácií, ktoré pokrývajú všetko, čo vás môže zaujímať. Cez odkazy z jedného servera na druhý, ktoré sú umiestnené v prezeraných dokumentoch, človek prechádza z jedného počítača na druhý a vôbec nevie, kde sa momentálne nachádza. Pri dostatočne rýchlych linkách sa sieť stáva transparentnou, t.j.

užívateľ si ani neuvedomuje, že sa presúva na iný počítač, prípadne robí cestu okolo sveta, ale má dojem, že všetko čo vidí, číta, je práve len u neho na počítači.

Na WWW sa dajú okrem digitalizovaných informácií z reálneho sveta, ako sú noviny, časopisy, knihy, nájsť nové elektronické informačné a zábavné svety. Vzhľadom k výstavbe dátových sietí a rozvoju programovacích jazykov môžeme sa na WWW stretnúť aj s trojrozmernými priestormi. WWW neponúka jednotné a intuitívne rozhranie len pre svoje vlastné informácie, ale aj pre väčšinu dnes používaných služieb ako sú FTP, Usenet, Newsy a iné. Pre ďalšie služby ako je napr. elektronická pošta, vyhľadávanie v zoznamoch, v databázach (cestovné poriadky, telefónne čísla) je možné si v rôznych programovacích jazykoch napísať vlastné aplikácie. Programovacie nástroje pre WWW už dosiahli takú dokonalosť, že je možné v nich písať aj také aplikácie ako sú elektronické obchody, bankové operácie apod. Komerčné firmy už dlho túto výhodu Internetu a WWW poznajú, a preto ponúkajú svoj tovar a služby prostredníctvom tohto média.

## 4 UKÁŽKA VYUŽITIA MACROMEDIA FLASH V PROSTREDÍ MICROSOFT CLASS SERVER

Pri spracovaní výučbového programu boli využité prostriedky programovacieho jazyka actionscript programu Macromedia Flash MX. Celé prostredie výučbového programu je tvorené v prostredí Microsoft Class Server v prepojení s HTML editorom Microsoft FrontPage.

### 4.1 Macromedia Flash

Macromedia flash je produkt, ktorý pochádza z Ameriky, od firmy Macromedia. Táto firma ponúka veľké množstvo programov, najznámejšie sú:

- Dreamweaver – program na tvorbu web stránok a menších programov.
- Fireworks – program na vytváranie a optimalizáciu obrázkov.
- Flash – program na tvorbu interaktívneho obsahu web stránok.

Program Macromedia flash je založený na vektorovej grafike. Najväčšie plus zaznamenáva pri grafike nakreslenej priamo v ňom. Ale nerobí preň problém ani importácia bitmapových grafických súborov, ale za cenu zbytočnej veľkosti. Celý princíp spočíva v tom, že ak už ste niečo vytvorili, tak si všetko tento program uloží do jedného súboru s koncovkou swf. A tu sa nám naskytá otázka, či váš obľúbený prehliadač dokáže prečítať tento formát. Za týmto účelom bol na každú vytvorenú stránku pod týmto programom, pridaný špeciálny HTML kód, ktorý ak nemáte nainštalovaný plugin, vám ho nainštaluje automaticky. To by ale nebol problém, pretože niektoré prehliadače, ako je napríklad Internet Explorer, už pri inštalácii nainštalujú

tento plugin. Potom beží tento súbor a prejavuje sa ako normálna HTML stránka, s tým že sú do nej pridané rôzne prvky, ktoré sa dajú vytvárať vo FLASHi. Najväčšia výhoda týchto súborov je vo veľkej interaktivite. Nevýhodou môže byť vyššia náročnosť hardvéru počítača, hlavne na výkon procesora.

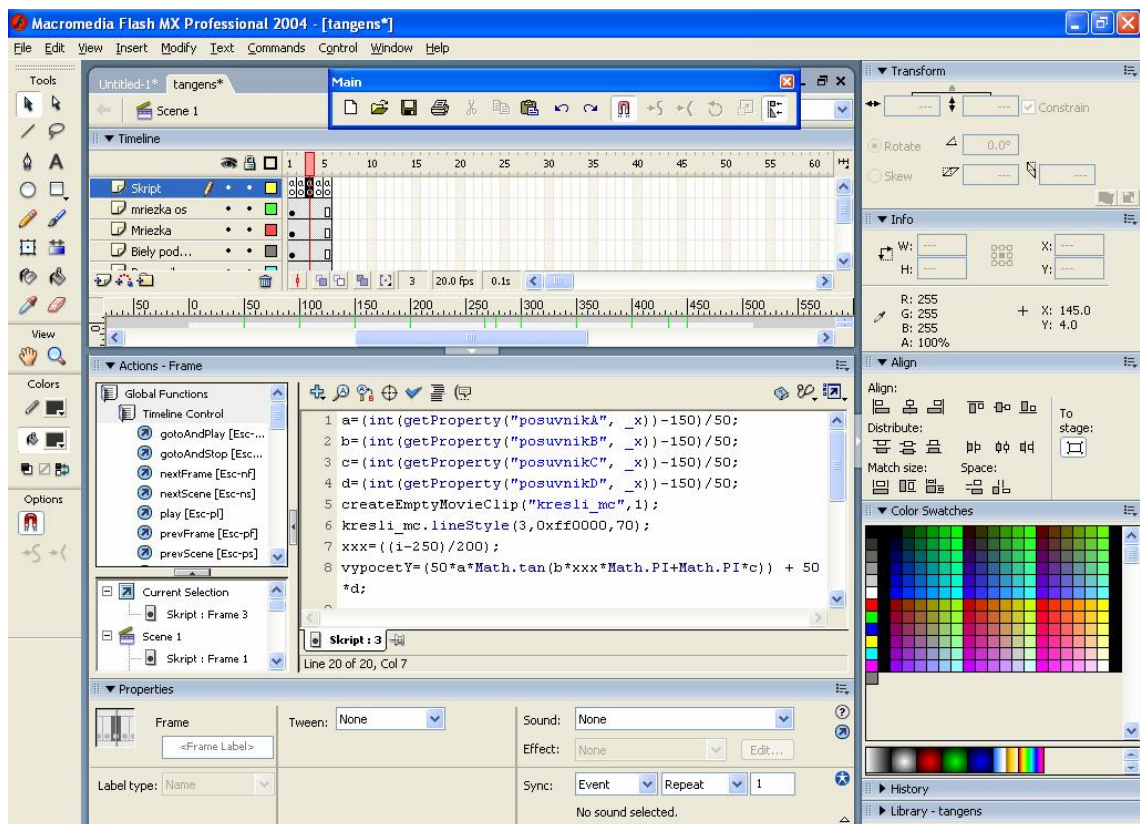
Najnovšia verzia programu Macromedia Flash má minimálne požiadavky na konfiguráciu počítača takéto:

- Procesor: Pentium III.
- Pamäť: 256MB.

Program funguje v operačných systémoch Microsoft Windows a Mac OS.

Program je veľmi prehľadný a komfortný. Ak by sa našli nejaké problémy nájdete v ňom help, ktorý je v prehľadnej forme. Aj tento program, ako sme už boli zvyknutí u Adobe Photoshop a Corel Draw, pracuje s vrstvami, ktoré sa dajú veľmi ľahko ovládať. Tieto vrstvy sa najviac využívajú pri animáciách, pri ktorých sa využíva veľké množstvo prvkov ako je točenie s objektom, alebo posúvanie hore, dole, vľavo vpravo a samozrejme pri minimálnej veľkosti výsledného súboru. Revolučná je možnosť vytvorenia takzvaného prichytenia objektu o nejakú inú čiaru /guide/, ktorá sa dá nakresliť v smere v ktorom chceme, aby sa ten objekt posúval. Ďalej sa tu nachádza aj morfiing. Pri kreslení máme k dispozícii napríklad štetec, pero, kreslenie obdĺžnikov, oválov, kružníc a mnoho ďalších funkcií. Štetec môže byť rôznej veľkosti a dokonca môžeme kresliť neviditeľné čiary, ktoré vidíme iba v projekte, ale na HTML stránke nie. Do tapety môžeme dávať rôzne farby, podľa vlastného výberu a dokonca môžeme vytvárať prelínanie z jednej farby do druhej a to v lineárnej, alebo radiálnej podobe. Nemusia to byť vždy len dve farby, ktoré sa prelínajú, ale aj viac farieb. Farby môžu byť aj polo sýte, to znamená čiastočne priesvitné. Ak máme vytvorený nejaký projekt, môžeme si ho testovať priamo v tomto programe, s tým že tento program dokáže

simulovať internetovskú priepustnosť dát a potom veľmi ľahko zistíme, či Váš projekt je dobre vymyslený.



Obrázok 2 Pracovné okná programu Macromedia Flash MX

Macromedia Flash je výnimočný program, v ktorom sa dajú vytvárať veľmi efektne projekty. Program taktiež dokáže vytvoriť exe súbor a tým je použiteľný v oblasti prezentácií.

#### 4.1.1 Využitie funkcií programu Macromedia Flash

Podľa verzie programu Flash disponuje programovacím rozhraním actionscript 1 /AS 1/ alebo AS 2. Pri tvorbe výučbového programu matematické funkcie sme použili program Macromedia Flash MX 2004, ktorý obsahuje actionscript 1.

Na nakreslenie potrebných komponentov boli použité tieto nástroje /Tools/:

- *Selection tool* /nástroj výberu/ - používa sa na výber, premiestňovanie a označovanie časti alebo celého objektu.
- *Subselection tool* /nástroj podvýberu/ - umožňuje deformovať objekt a premiestňovať body objektu.
- *Line tool* /čiara/ - slúži na kreslenie čiar, v okne properties /vlastnosti/ sa nastavujú parametre čiary ako je jej druh /plná, bodkovaná, čiarkovaná,.../, hrúbka, či farba.
- *Lasso tool* /laso/ - umožňuje označiť časť objektu.
- *Text tool* /text/ - umožňuje vložiť do scény text. Farba, druh písma a veľkosť sa nastavuje v okne properties /vlastnosti/.
- *Oval tool* /oválu/ - slúži na kreslenie kruhu alebo oválu. V okne properties /vlastnosti/ sa nastavuje farba, druh výplne a takisto farba, hrúbka a druh čiary.
- *Rectangle tool* /štvorec/ - umožňuje nakresliť štvorec alebo obdĺžnik. Parametre sa nastavujú rovnako ako pri funkcii ovál.
- *Ink bottle tool* /kalamár/ - slúži na zmenu vyfarbenia čiar.
- *Paint bucket tool* /plechovka s farbou/ - umožňuje zmeniť farbu objektov.
- *Eyedropper tool* /kvapátko/ - slúži na zobrazenie vzorky farby z hocijakého objektu.
- *Stroke color* /farba čiary/ - umožňuje nastaviť farbu čiary.
- *Fill color* /farba výplne/ - umožňuje nastaviť farbu výplne.

V projekte je použitá kombinácia troch základných farieb ako je sivá, červená a modrá.

Texty sú písané tmavosivou farbou.

V práci sú použité všetky symboly, ktoré flash ponúka:

- *Graphic* /grafika/ - statické obrazové materiály. V tomto materiáli sú to grafiky oska posuvníka a šípka.
- *Button* /tlačidlo/ - tento symbol umožňuje použitie tlačidiel, pozostáva zo štyroch snímok /Up, Over, Down, Hit/. Tlačidlo vieme nastaviť tak, že keď nad ním prejdeme myšou, urobí nami zvolenú akciu. Taktiež pri stlačení tlačidla môžeme určiť, čo sa má udiat. V tomto projekte je symbol tlačidlo použitý pri červenom posuvníku, ktorý pri stlačení myši zmení farbu na hnedočervenú.
- *Movie clip* /klip animácie/ - zahŕňa predošlé dva symboly a umožňuje napríklad zanimovať objekty, použiť funkcie action scriptu, atď. V našej práci sme použili movie clip-y:
  - Mriežka – aby bola možná zmena priehľadnosti. Mriežka je sivá. Priehľadnosť /Alpha/ sme nastavili na 45 %.
  - Biela plocha – museli sme použiť movie clip kôli lepšej vizuálnej efektívite.
  - Šípka – pozostáva z grafiky šípka, ktorá je animovaná a tiež sa zvyšuje jej alpha /priehľadnosť/.
  - Posuvník – v tomto movie clip-e je naprogramovaný skript, ktorý umožňuje, aby sa posuvník hýbal a tiež zabezpečuje, aby sa pri posunutí posuvníka animácia funkcie pustila znova.
  - Pozícia – obsahuje skript, ktorý vypočíta hodnotu z posunutia posuvníka, ďalej zabezpečuje zaokrúhľovanie čísel a správny výpis čísel.

V hlavnej scéne je použitých 5 snímok a 9 vrstiev. Vrstvy sú výstižne označené pre lepšiu orientáciu programátora. Jednou z týchto vrstiev je vrstva „Skript“, ktorá obsahuje action script v jednotlivých snímkach /príklad funkcie tangens/:



- **1. snímka** – `i=0;` /vynulovanie premennej i/
- **2. snímka**- `a=1; b=1; bb=0; aa=0;` /určenie počiatkových podmienok/
- **3. snímka** –

`a=(int(getProperty("posuvnikA", _x))-150)/50;` /Funkcia `getProperty()` určí horizontálnu pozíciu posuvníka A, odčítanie a delenie v súvislosti so zaokrúhlením `Int()` určí hodnotu koeficientu a/

`b=(int(getProperty("posuvnikB", _x))-150)/50;` /to isté len pre b/

`c=(int(getProperty("posuvnikC", _x))-150)/50;` /to isté len pre b/

`d=(int(getProperty("posuvnikD", _x))-150)/50;` /to isté len pre b/

`createEmptyMovieClip("kresli_mc",1);` /Vytvorí nový movie clip, v ktorom sa bude vykresľovať funkcia/

`kresli_mc.lineStyle(3,0xff0000,70);` /Nastavenie parametrov čiary, ktorá bude vykresľovať funkciu. Prvé číslo v zátvorke predstavuje hrúbku čiary, v našom prípade 3 body. Druhé číslo predstavuje farbu čiary v hexadecimálnom kóde./

`xxx=((i-250)/200);` /Výpočet xxx./

`vypocetY=(50*a*Math.tan(b*xxx*Math.PI+Math.PI*c)) + 50*d;`

/Výpočet ypsilon pomocou matematických funkcií. `Math.tan()` vypočíta tangens, `Math.PI` predstavuje hodnotu čísla  $\pi$ /

`if (_root.plocha.hitTest(i,250-vypocetY)) {`

`kresli_mc.moveTo(i,250-vypocetY); }`

```
else {kresli_mc.clear();
```

```
    i=i+2;
```

```
    gotoAndPlay(2); } /Tieto príkazy zabezpečujú, aby sa funkcia
```

```
vykresľovala iba v požadovanom bielom okne. Toto nám zabezpečí
```

```
funkcia hitTest() v podmienke IF – ELSE./
```

- **4. snímka –**

```
if (aa<=a){i=i+2; }
```

```
else { clear();
```

```
    gotoAndPlay(3);}
```

```
aa=a; /V podmienke IF – ELSE je naprogramovaná rýchlosť
```

```
vykresľovania funkcie. i=i+2 znamená, že hodnota i sa zvýši o 2 a tým sa
```

```
zvýši aj hodnota x./
```

- **5. snímka –**

```
xxx=((i-250)/200);
```

```
vypocetY=(50*a*Math.tan(b*xxx*Math.PI+Math.PI*c)) + 50*d;
```

```
/Vysvetlené v snímke č. 3/
```

```
if (_root.plocha.hitTest(i,250-vypocetY)) { kresli_mc.lineTo (i,250-  
vypocetY); } /Vysvetlené v snímke č. 3/
```

```
else{ xxxplusdva=( (i+2-250)/200 );
```

```
vypocetYplusdva=(a*50*Math.tan(b*xxxplusdva*Math.PI+Math.PI*  
c))+ 50*d;
```

```
kresli_mc.moveTo(i+2 , 250-vypocetYplusdva ); } /Tieto príkazy  
zabezpečia nekreslenie funkcie, pokiaľ funkcia prekračuje bielu plochu,
```

taktiež zabezpečuje, aby funkcia pri prechode do bielej plochy pokračovala v správnom trende./

```
if (i>=500){ stop(); }
```

```
else {gotoAndPlay(4)}; /Tieto funkcie zabezpečia, aby sa kreslenie funkcie na konci x zastavilo./
```

Action script /AS/ v movie clip-e „**PosuvnikA**“:

```
on (press) { startDrag("_parent.posuvnikA", true,50,450,250,450);  
    _parent.kresli_mc.clear();
```

```
    _parent.stop();} /Tieto funkcie zabezpečujú pri stlačení ľavého tlačidla myši na „posuvníku A“, čiže pri jeho presúvaní, vymazanie čiary funkcie a jej zastavenie. StartDrag() zabezpečí, aby sa posuvník posúval vo vymedzených mantineloch. Prvá hodnota v zátvorke udáva názov objektu o ktorý sa jedná. Druhé slovo určuje, aby sa vykonávala funkcia pokiaľ je stlačené tlačidlo myši. Prvá číselná hodnota udáva ľavý mantinel horizontálnej osi, v tomto prípade číslo 50. Druhá číselná hodnota udáva horný mantinel vertikálnej osi (450). Tretie číslo znamená pravý mantinel horizontálnej osi (250). Štvrtá číselná hodnota znamená dolný mantinel vertikálnej osi (450). Ako vidíme druhé a štvrté číslo je rovnaké (450), to znamená, že „posuvník A“ sa môže pohybovať iba horizontálne./
```

```
on (release) { stopDrag();
```

```
    _parent.kresli_mc.clear();  
    _parent.i=0;
```

`_parent.gotoAndPlay(3);` /Po spustení tlačidla myši sa vynuluje hodnota premennej `i` a funkcia sa spusti s novými nastavenými parametrami./

Implicitne je využívaný AS v ďalších movie clip-och „*posuvnikB*“, *C*,...

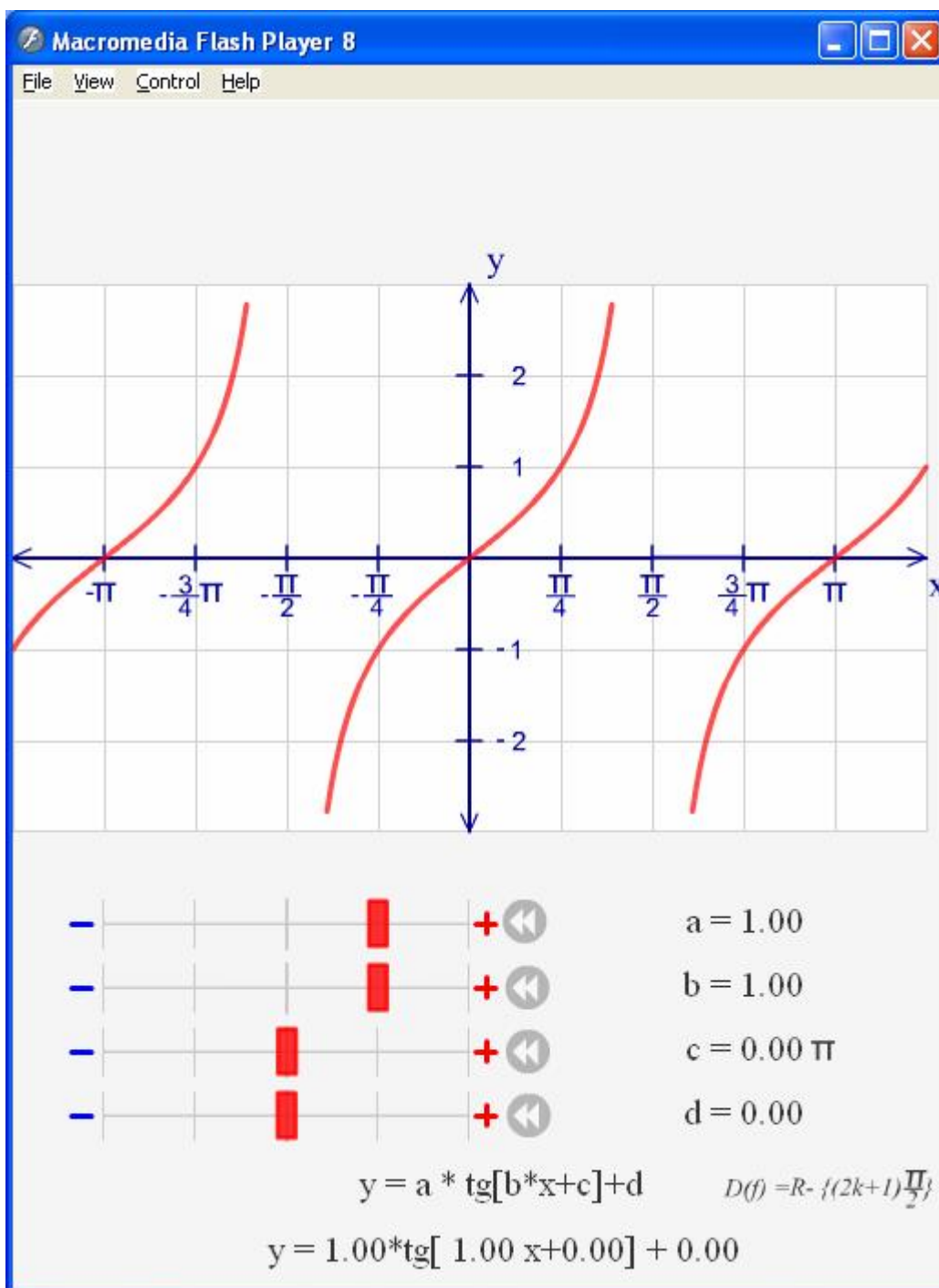
Action script v movie clip-e „*PoziciaA*“:

```
_root.:abcd = int(getProperty("_parent.posuvnikA", _x));
_root.:a=(int(_root.:abcd)-150)/50; /Funkcia getProperty() určí
horizontálnu pozíciu posuvníkaA, odčítanie a delenie v súvislosti so
zaokrúhlením Int() určí hodnotu koeficientu a./

apom=Math.abs(_root.:a);
if ( (length(apom)) == 1) {_root.:vzorecA=_root.:a+'.00';}
else if ((length(apom)) == 3) {_root.:vzorecA=_root.:a+'0';}
else if ((length(apom)) == 4) {_root.:vzorecA=_root.:a; }
_root.textA='a = '+_root.:vzorecA;
_root.nazovfunkcie="y=" + _root.vzorecA+'*tg[' +
_root.vzorecBhore + 'x+' + _root.vzorecChore + ']+ ' +
_root.vzorecDhore; /Toto zoskupenie príkazov zabezpečí správny výpis
premennej a v hlavnej scéne. Zabezpečuje, aby bolo číslo vždy vypísané
esteticky na dve desatinné miesta./
```

Projekt je uložený vo formáte FLA a po stlačení kláves `ctrl+ENTER` sa vygeneruje SWF /Shockwave Flash File/ súbor, ktorý je spustiteľný aj v prostredí WWW.

A tu je výsledný súbor, v našom prípade tangens.



Obrázok 3 Výsledný súbor tangens

## 4.2 FrontPage – HTML editor

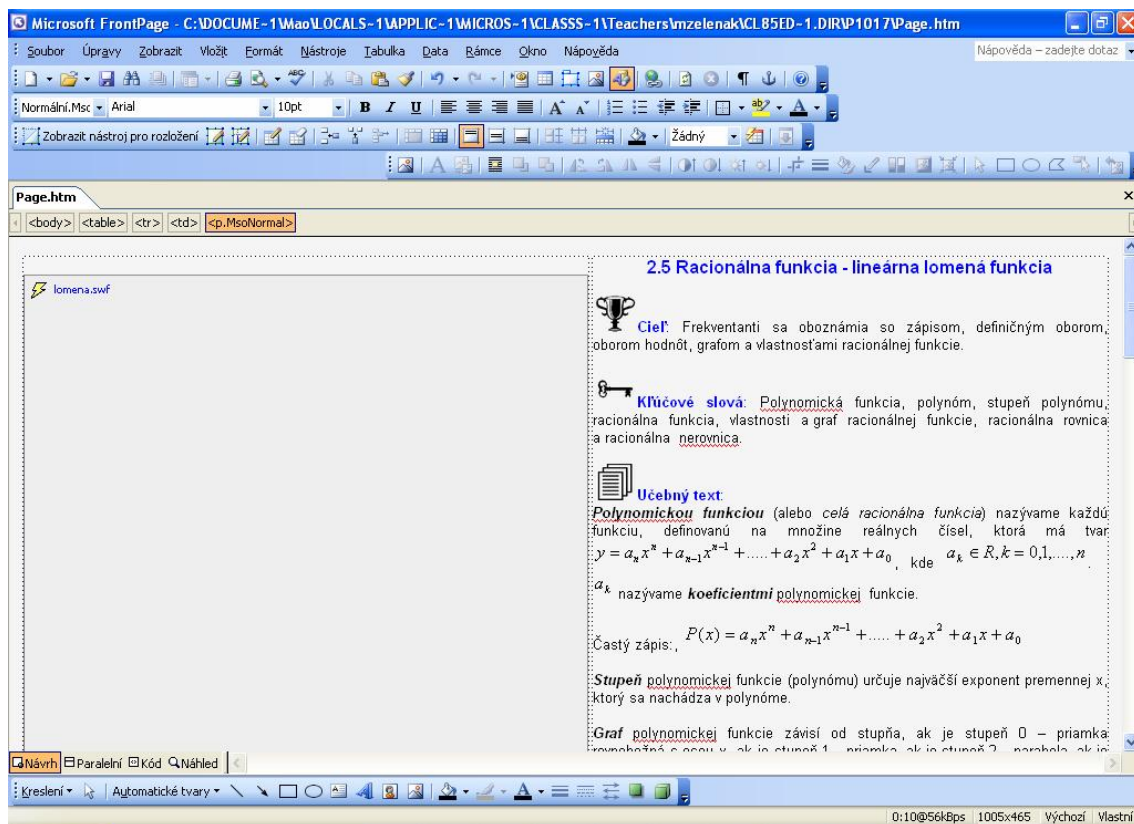
Aplikácia FrontPage poskytuje funkcie, flexibilitu a mechanizmy, ktoré používateľom pomáhajú vytvárať kvalitnejšie webové lokality. Obsahuje nástroje pre vytváranie profesionálnych návrhov, vytváranie obsahu, správu údajov a publikovanie potrebné pri tvorbe dynamických a komplexných webových lokalít. Aplikácia FrontPage prináša výhody pre vývoj webových lokalít v troch kľúčových oblastiach:

- *Vytváranie návrhov:* Vylepšené nástroje pre vytváranie návrhov umožňujú dosiahnuť lepší vzhľad webových lokalít. Nástroje pre rozloženie a grafiku uľahčujú vytváranie lokalít presne podľa požiadaviek používateľa.
- *Generovanie kódu:* Nástroje pre vytváranie návrhov umožňujú generovať kvalitnejší kód, prípadne rozšíriť znalosti používateľa o kóde. Vstavané nástroje pre skriptovanie umožňujú pridať na stránky prvky interaktivity. Kód možno pomocou profesionálnych nástrojov vytvárať rýchlejšie, efektívnejšie a presnejšie.
- *Rozširovanie:* Vytvorením účinných interaktívnych webových lokalít založených na údajoch v editore so zobrazením WYSIWYG možno novými spôsobmi získať pripojenie k informáciám a iným používateľom. Vylepšené funkcie a možnosti publikovania pomáhajú rýchlejšie sprístupniť webové stránky on-line.

### 4.2.1 Využitie funkcií programu FrontPage

Zvolenie externého programu na tvorbu html kódu bola podmienená samotným Class serverom, ktorý neumožňoval komfortnú editáciu textu, neumožňoval rozdelenie okna, taktiež neumožňoval vkladanie flash animácie.

Program FrontPage bol najvhodnejšou alternatívou na editáciu html kódu a dokonca je aj prepojený s Class serverom.



Obrázok 4 Prostredie programu FrontPage

Postup pri tvorbe materiálu bol nasledovný:

- V prostredí Class server sa vytvorila čistá stránka.
- V položke upresniť sme vybrali položku „Upraviť vo výchozím editore HTML“.
- Dostali sme sa do prostredia programu FrontPage.
- Vo vlastnostiach stránky sme zmenili farbu pozadia na jemne sivú /hodnota RGB v hexadecimálnom kóde je F5F5F5/.
- Rozdelili sme stránku na dve časti pomocou funkcie tabuľka a veľkosť ohraničenia sme nastavili na hodnotu 0.
- Do ľavej časti sme umiestnili animáciu s programu Macromedia Flash

- Do pravej časti tabuľky sa písal text a vkladali sa piktogramy.
- Po uložení html dokumentu sme mohli pracovať opäť v Class Serveri.

### 4.3 Learning management system – LMS

Termín LMS (Learning Management System) je pomerne známy a často sa v súvislosti s e-learningom nahrádza termínom „riadiaci systém“. Podstata LMS je organizovať a riadiť proces vyučovania. Na trhu je množstvo produktov LMS, niektoré sú úplne jednoduché a slúžia iba na spúšťanie kurzov, a iné komplexne zabezpečujú systém edukácie napríklad hodnotením testov, atď.

Požiadavky na kvalitný LMS sú takéto:

- riadenie a evidencia všetkých typov výučby /asynchrónne kurzy, virtuálne učebne, klasické vyučovanie/,
- centrálny katalóg všetkých vzdelávacích aktivít,
- správa zdrojov a financií,
- evidovanie individuálnych schopností,
- sprístupňovanie vzdelávacích aktivít,

LMS musí taktiež obsahovať veľké množstvo synchronných a asynchrónnych komunikačných kanálov medzi študentmi, učiteľmi. V neposlednom rade aj prostriedky na výmenu a zdieľanie informácií, napríklad výukových materiálov.

V súčasnosti sa používa na Slovensku viac systémov výukových a elektronických kurzov /LMS/:

- Microsoft Class Server,
- Moodle,



- eDoceo – UK Bratislava.

#### **4.3.1 Microsoft Class Server**

Serverový produkt spoločnosti Microsoft – Class Server pracuje nad serverovou platformou Windows 2000 a novšou, pre svoj chod vyžaduje služby Internet Information serveru, ktorý je súčasťou sieťových operačných systémov. Ako dátový sklad pre ukladanie študijných materiálov, informácií o študentoch apod. slúži SQL server, alebo u menších inštalácií produkt MSDE. Tento server môže byť začlenený do ľubovoľnej počítačovej, alebo internetovej siete (Microsoft, Novell, UNIX, OpenSource – Linux).

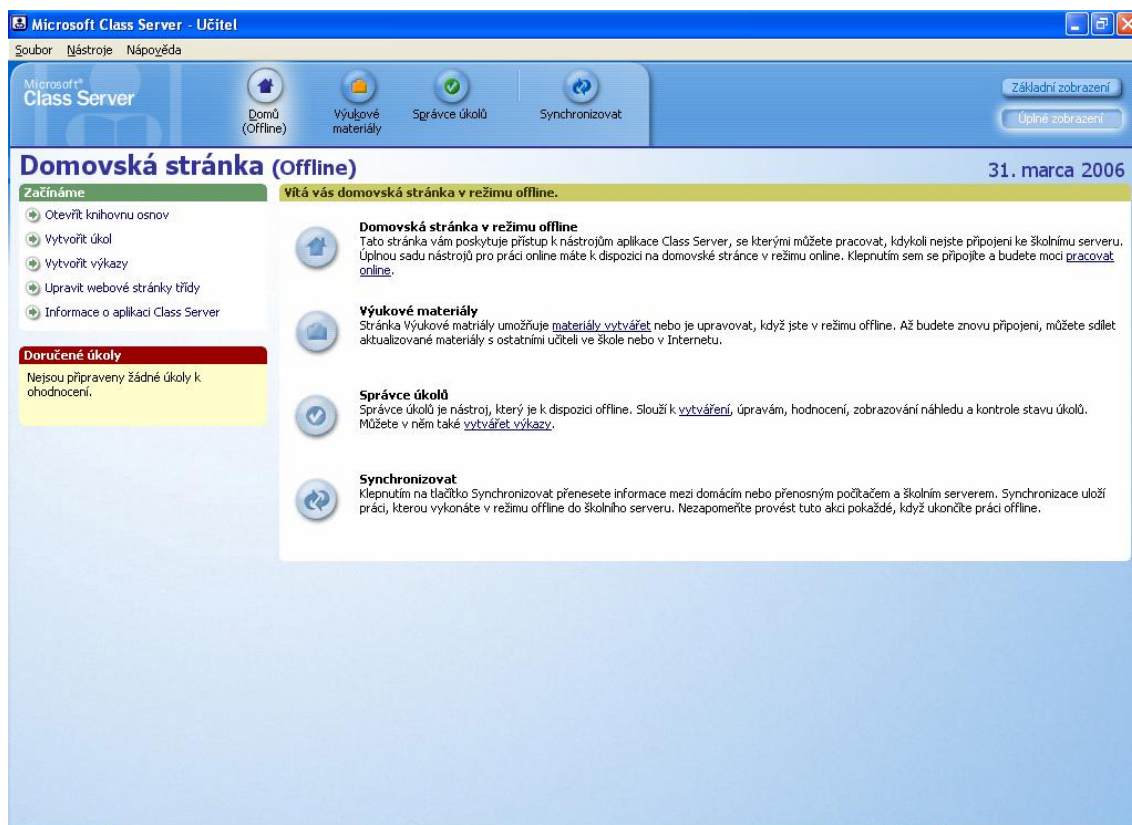
Na strane užívateľa nie je nutná inštalácia žiadneho špeciálneho klienta, celé riešenie je postavené na Internetových štandardoch a k práci slúži prostredie Internet Exploreru, alebo iného kompatibilného prehliadača.

Class Server pozostáva z troch hlavných častí, prvou časťou je správa Class Serveru, druhou vytváranie a spravovanie elektronických kurzov a poslednou je prístup študentov ku ClassServeru a práca s elektronickými kurzami.

Class Server spĺňa medzinárodné štandardy pre internetovú komunikáciu (HTTP, HTTPS, XML, JAVA, ActiveX, JPG, GIF, MPEG apod.). K vzájomnej výmene jednotlivých študijných materiálov slúžia medzinárodné štandardy LRN, SCORN a IMS, ktoré na základe medzinárodných dohôd zaručujú vzájomnú kompatibilitu.<sup>15</sup>

---

<sup>15</sup> POLÁK, J. - MUNK, M.: *Class Server*. In: Výukový materiál Class Server [online]. p. 1. [cit. 2006-03-05] <http://www.virtual.ukf.sk/pf/>



Obrázok 5 Učiteľský modul programu Microsoft Class Server

### Na čo slúži Microsoft Class Server?

Class Server umožňuje sústrediť a uľahčiť rôzne zložky vyučovacieho procesu:

- výukové obsahy podľa lokálnych študijných štandardov,
- testy znalostí vrátane centrálného celoštátneho porovnania,
- študijné informačné systémy,
- informácie pre rodičov.

Class Server učiteľom dáva možnosť napríklad združovať žiakov nie podľa tried, ale znalostí, ďalej automatizovať únavné a nezaujímavé činnosti, presnejšie a obsiahlejšie hodnotiť študentov a predovšetkým bez problémov pracovať nielen on-line v škole, ale aj doma off-line. Rodičia si prostredníctvom ECS môžu kedykoľvek overiť študijné výsledky svojich detí.

Produkt má tri moduly:

- administratívny,
- učiteľský,
- prístup pre študentov – rodičov.

*Aké sú prínosy Microsoft Class Server?*

**Prínosy tohto riešenia sú:**

- v použití SW štandardov spoločnosti Microsoft,
- vo využití v praxi bežných OFFICE SW produktov,
- v jednoduchosti, intuitívnosti, prívetivosti a logistike komunikácie učiteľa, študenta a rodiča v pedagogickom výukovom procese,
- v širokom využití už vytvorených výukových zdrojov,
- v zdieľaní výukových zdrojov v štandardizovanom prostredí Internetu a intranetu,
- vo flexibilitě, customizovateľnosti zdrojov,
- v široko dostupnej škále hodnotiacich nástrojov, nástrojov pre aplikáciu PBL (Project Based Learning),
- v možnosti vytvárať skupiny študentov podľa definovaných kritérií,
- v možnosti riešiť na mieru vzdelávacie kurikula,
- v možnosti pripraviť vzdelávacie projekty s návratnosťou vložených investícií,
- využiť on-line a off-line prístup pri príprave, ohodnotení a riešení výukových úloh.

**Využitie MS Class Server znamená v praxi:**

- hospodárnejšie využitie zdrojov investovaných do vzdelávacích procesov,

- zdieľanie a využitie vzdelávacích zdrojov definovanou cieľovou skupinou s príslušnými prístupovými právami,
- skrátenie času na prípravu študijných plánov,
- zníženie času pri príprave štandardných evalvačných procesov.

**Pre školu znamená použitie Microsoft Class Server:**

- konkurenčnú výhodu v ponuke študijných programov,
- vytvorenie konzistentnej komunity učiteľov, študentov a rodičov,
- spätnú odozvu na potreby študentov, rodičov a ďalších účastníkov vzdelávacieho procesu,
- efektívne využitie investícií do informačných technológií a komunikačnej infraštruktúry školy.

**Pre zriaďovateľa školy znamená použitie Microsoft Class Server:**

- efektívne využívanie ľudských zdrojov v jeho kompetencii,
- jasne definovateľné informačné a komunikačné prostredie,
- zníženie nákladov na zriadenie, vlastný chod a údržbu výukových procesov,
- jednotnosť a kontrolu pri stanovenom informačnom a komunikačnom procese,
- kratšiu odozvu pri stanovovaní vzdelávacích priorít a riešení vzdelávacích potrieb komerčného sektora,
- jasnejšiu a priehľadnejšiu kontrolu a riadenie kvalifikácií a rekvalifikácií, návratnosť investícií do vzdelávania.<sup>1</sup>

---

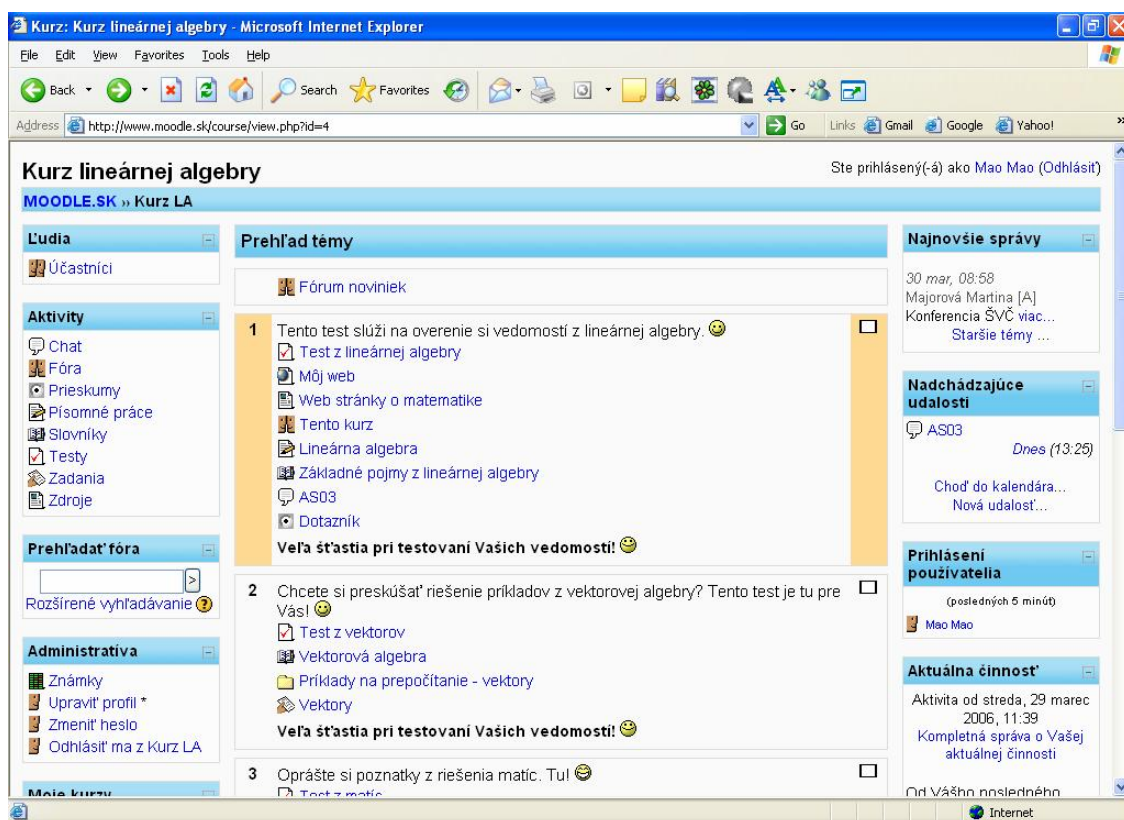
<sup>1</sup> *Microsoft Class Server – základné informácie.* In: Školstvo a vzdelávanie [online]. p.1. [cit 2006 -03-08] <http://www.microsoft.com/slovakia/education/ClassServer/info/>

### **4.3.2 Moodle**

Moodle je softvérový balíček na tvorbu výukových systémov elektronických kurzov v prostredí siete Internet. Moodle sa neustále vyvíja. Moodle je poskytovaný zadarmo ako Open Source. Program Moodle je možné zadarmo používať, kopírovať a aj upravovať. Moodle funguje na akomkoľvek počítači s fungujúcim PHP prostredím a podporuje aj databázy, napríklad MySQL.

Základné vlastnosti systému Moodle:

- Podporuje moderné teórie pedagogiky, rozvíja aktivitu, spoluprácu, sebareflexiu.
- Je vhodný pre dištančné vzdelávanie, ale aj ako doplnok klasickej výučby.
- Používa jednoduché rozhranie.
- Kurzy je možné triediť do kategórií, vyhľadávať v nich.
- Používa šifrovanie dát
- Podporuje spoluprácu WYSIWYG editorov HTML.



Obrázok 6 Moodle – užívateľské rozhranie

Moodle sa skladá z týchto modulov:

- *Modul úlohy* – umožňuje učiteľovi stanoviť platnosť výukového materiálu, podporuje hodnotenie úloh s komentárom.
- *Modul chat* – umožňuje synchronnú v reálnom čase prebiehajúcu komunikáciu. Podporuje url odkazy, emotikony, obrázky. Konverzácia je zaznamenávaná, aby bolo možné sa vrátiť k už napísanému textu.
- *Modul hlasovanie* – umožňuje vykonávať rôzne prieskumy, ktoré si zvolí učiteľ.
- *Modul fórum* – umožňuje vytvoriť určité témy, na ktoré môžu žiaci reagovať.
- *Modul denník* – zabezpečuje súkromnú konverzáciu medzi učiteľom a žiakom.
- *Modul test* – umožňuje vytvárať rôzne testy, ktorých súčasťou sú otázky, ktoré je možné napríklad náhodne premiešať, môžu obsahovať aj obrázky, časový limit na ich odpovedanie. Otázky môžu byť otvorené aj uzavreté.

- *Modul študijné materiály* – umožňuje zobrazenie materiálu vytvoreného v elektronickej forme napríklad pomocou MS Word, MS PowerPoint, Macromedia Flash. Umožňuje aj prehrávať video a zvukové záznamy.
- *Modul dotazníky* – slúži učiteľovi na zobrazenie študijných výsledkov žiaka pomocou rôznych grafov.
- *Modul workshop* – umožňuje vzájomné hodnotenie dokumentov všetkými účastníkmi kurzu.

LMS Moodle sa v súčasnosti využíva na slovenských univerzitách:

- v Nitre na fakulte prírodných vied UKF Nitra - Moodle FPV, Moodle KI FPV,
- v Nitre na fakulte ekonomiky a manažmentu SPU Nitra – Moodle FEM,
- v Bratislave na oddelení informatizácie a riadenia procesov STU - Moodle KIRP FCHPT.

#### **4.3.3 Využitie funkcií LMS Microsoft Class Server**

Naša fakulta disponuje so systémom Microsoft Class Server, preto je výučbový materiál tvorený v tomto prostredí. Po vytvorení učiteľského účtu správcom LMS, nainštalovaní učiteľského rozhrania a prihlásenia sa do Class Server-u bolo možné začať pracovať na tvorbe výukových materiálov.

Samotná tvorba výukového materiálu:

- V položke výukový materiál sme vytvorili nový materiál, zobrazilo sa nám editačné okno výukového materiálu.
- V položke „Zmeniť názov a vlastnosti“ sme nastavili vlastnosti kurzu, ako je jeho názov, určený predmet, téma, krátky popis,...

- Pomocou možnosti spravovať stránky sme vytvorili dostatočný počet stránok materiálu.
- Class Server neumožňuje náročnejšiu prácu s html kódom, preto sme zvolili externý editor, v našom prípade FrontPage. Podrobnejšia práca v tomto programe je uvedená v kapitole 4.2.
- Po ukončení prác na výukovom materiáli bola vykonaná synchronizácia dát so školským serverom. Týmto úkonom sa všetky potrebné súbory preniesli na školský server.
- V Class Serveri bol vytvorený aj druhý materiál, ktorý slúži na otestovanie vedomostí frekventanta.

#### 4.4 Implementácia výučbového programu do predmetu VKM

Úvodný semester na mnohých vysokých školách obsahuje predmet vybrané kapitoly z matematiky, ktoré majú poslucháčovi rozšíriť vedomosti z tejto oblasti, a tieto potom môže využiť v ďalšom vzdelávaní na univerzite.

Matematické funkcie sú súčasťou základných vedomostí matematiky. S týmito funkciami sa stretávame na mnohých fakultách technických, pedagogických škôl a dokonca aj na Farmaceutickej fakulte UK.

Náš výučbový program je vlastne modul LMS systému v prostredí Microsoft Class Server. Je rozdelený do troch základných častí:

- **Úvodná časť** - obsahuje stránku *použité symboly*, v ktorej sú vysvetlené použité piktogramy. Tie sú použité v celom materiáli, aby bola zachovaná prehľadnosť dokumentu. Úvodná časť ďalej obsahuje *úvod*, ktorý uvedie študenta do



problematiky pomocou cieľa a kľúčových slov. Úvod obsahuje aj motivačnú funkciu.

- **Jadro práce** je rozdelené na dve časti:
  - *Prvá časť* pojednáva o pojmoch ako je funkcia, definičný obor, obor hodnôt, graf funkcie a aj o vlastnostiach funkcie ako je symetrickosť, párnosť, monotónnosť, ohraničenosť a periodickosť funkcie. V tejto časti sú použité animácie vytvorené v programe Macromedia Flash, ktoré názorne znázorňujú vlastnosti funkcie.
  - *Druhá časť* sa zaoberá elementárnymi funkciami, a tie sú nasledovné:
    - Polynomické funkcie, ktoré zahŕňajú:
      - konštantnú funkciu,
      - lineárnu funkciu,
      - kvadratickú funkciu,
      - mocninovú funkciu.
    - Racionálne funkcie, ktoré zahŕňajú:
      - lineárnu lomenú funkciu,
      - nepriamu úmernosť.
    - Exponenciálne funkcie.
    - Logaritmické funkcie.
    - Goniometrické funkcie.
    - Absolútna hodnota.
    - Cyklometrické funkcie.

K funkciám sú vytvorené aj kalkulačky, ktoré uľahčujú frekventantovi výpočet funkcie v danom bode  $x$ . Výukový materiál obsahuje aj

neriešené príklady, ktoré si môže poslucháč pre lepšie osvojenie danej problematiky vypočítať.

- **Záverečná časť** obsahuje *zhrnutie*, v ktorom sú použité vzorce funkcií zapísané v tabuľke. Ďalej nasleduje *literatúra*, kde sú uvedené zdroje. Posledná strana obsahuje *kontakt* na tvorcov materiálu.

K hlavnému výučbovému materiálu je vytvorený didaktický test, ktorý preverí poznatky získané počas študovania materiálu „Matematické funkcie“.

## 4.5 Forma vyučovacieho produktu

Požiadavky na formu produktu sú špecifikované nasledovne:

- Program využíva zrakové vnímanie frekventanta tým, že priebehy funkcií sa plynule vykresľujú.
- Vo veľkej miere je využívaná motivačná funkcia prezentovaná motivačnými príkladmi.
- Veľkosť každej stránky nie je väčšia ako 250kB, tým je zabezpečená správna funkčnosť pokiaľ sa frekventant pripája ku Class Server-u nižšou rýchlosťou.
- Každá stránka obsahuje cieľ a pomocné kľúčové slová, aby sa frekventant mohol ľahšie oboznámiť s danou tematikou.
- Stránka je vertikálne rozdelená na dve časti. Ľavá časť obsahuje animácie a v pravej je učebná látka.
- Matematické funkcie sú interaktívne a reálne zobrazujú priebeh funkcie.
- K funkciám je implikovaná kalkulačka, ktorá vypočíta hodnotu funkcie  $y$  v bode  $x$  po zadaní vstupných koeficientov.

- Výučbový program taktiež obsahuje riešené vzorové príklady pre lepšie pochopenie danej problematiky.
- Ku koncu každej stati sú neriešené príklady.
- Záver kapitoly obsahuje linky pre náročných frekventantov, kde je daná problematika podrobnejšie rozpísaná, resp. doplnená.
- Kurz je tvorený v príjemných jemných odtieňoch sivej, text je písaný tmavým písmom, aby bol dobre čitateľný a neunavoval frekventanta.
- Pre lepšiu orientáciu sú použité piktogramy.

#### ***4.5.1 Hardvérové a softvérové prostriedky potrebné k výučbe***

Minimálne hardvérové požiadavky k použitiu výučbového programu matematické funkcie v prostredí Class Serveru:

- Procesor: Pentium 233 Mhz,
- operačná pamäť: 64MB,
- monitor a grafická karta s rozlíšením 1024x768 24 bit,
- pripojenie na Internet.

Optimálne softvérové požiadavky:

- Operačný systém: Windows, Linux.
- Výukový materiál v prostredí Class Server je optimalizovaný na Internet Explorer 5 a viac ale funguje aj v prostredí Opera, Firefox.

## ZÁVER

Obsahom praktickej časti tejto diplomovej práce bolo vytvoriť výučbový program, ktorý by ozrejmil tému matematických funkcií. Matematické funkcie sa napríklad vyučujú v prvom ročníku vysokých škôl, u nás je to v predmete vybrané kapitoly z matematiky /VKM/. Na PF UKF v Nitre funguje Microsoft Class Server, preto bol daný výučbový program vytvorený ako modul tohto LMS systému.

Obsah predmetu sa pridrža existujúcej dennej prezenčnej formy predmetu. Časový rozsah tohto tematického okruhu je stanovený na dve hodiny. Výučbový program bol vytvorený tak, aby bol citeľný aj osobný prínos a nebola to len kópia existujúcej prezenčnej formy predmetu. Z didaktického hľadiska je výučbový program modernou súčasťou výučby, pretože obsahuje moderné, dynamické prvky, ktoré boli využité programom Macromedia Flash v spolupráci s hypertextom. Hlavnou výhodou výučbového programu „Matematické funkcie“ je interaktívne ovládanie funkcií, ktoré okamžite zobrazujú funkciu so zmenenými parametrami. Program využíva moderné prvky, ako sú piktogramy, kľúčové slová, stanovené ciele, hypertextové odkazy a iné.

Produkt je vhodný na dištančnú formu vzdelávania, pretože je aplikovaný v prostredí MS Class Server, ku ktorému môže mať prístup široká masa ľudí.

## ZOZNAM BIBLIOGRAFICKÝCH ODKAZOV

1. BOHONY, P.: *Didaktická technológia*. 1. vyd. Nitra : PF UKF, 2003. 176 p. ISBN 80-8050-653-1
2. BOHONY, P et al.: *Didaktická technika I*. Nitra : Pedagogická fakulta, 1984. 156 s. [ISBN nemá]
3. CSONTO, J. – HATALA, M.: *Internet v otázkach a odpovediach*. [online] 1995. [2006-02-02] <http://hron.fei.tuke.sk/~csonto/WWW1/faq.html>
4. DUERR, K. - SPAJIČ-VRKAŠ, V. - MARTINS, I. F.: *Stratégie učenia sa demokratickému občianstvu*. In: *Stratégie učenia sa demokratickému občianstvu* [doc word]. 2000, 76 p. [2005-12-28] <http://www.radaeuropy.sk/>
5. FRANKLIN, D – MAKAR, J.: *Macromedia Flash MX 2004 ActionScript – oficiálny výukový kurz*. 1. vyd. Praha : Softpress, 2005. 904 p. ISBN 80-86497-75-5
6. GAZDÍKOVÁ, V: *Základy dištančného elektronického vzdelávania*. Trnava : PdF TU, 2003. ISBN 80-89074-67-7
7. KATUŠČÁK, D.: *Ako písať vysokoškolské a kvalifikačné práce*. 2. doplnené vyd. Bratislava : Stimul, 1998. 119 p. ISBN 80-85697-82-3
8. MAKULOVÁ, S: *Spríevodca po Internete*. 2. vyd. Bratislava : EL&T, 1995. 143 p. ISBN 80-88812-01-1
9. MINIWATTS MARKETING GROUP: *World Internet Users and Population Stats*. In: *Internet usage statistics* [online]. 2006. [2006-01-10] <http://www.internetworldstats.com/stats.htm>

10. MUNK, M. – KAPUSTA, J.: *Štatistické spracovanie experimentu*. In: Výukový materiál Class Server [online]. 2005, 26 p. [2006-03-03] <http://www.virtual.ukf.sk/statistika/School/Home>
11. NORIS, I.: *Čo by ste mali vedieť*. In: Vixova príručka webelopera [online]. 2003. [2006-01-03] <http://deja-vix.sk/htmlhelp/intro.html>
12. PEJŠA, J.: *LCMS a LMS, vývoj kurzov*. [dokument pdf] 2004, p. 2. [2006-03-18] [http://www.kontis.sk/soubory/LMS\\_LCMS.pdf](http://www.kontis.sk/soubory/LMS_LCMS.pdf)
13. PETLÁK, E.: *Didaktika I*. Bratislava : Agentúra Pedagóg, 1995. 160 p. ISBN 80-901401-3-0
14. PIŤOVÁ, M. – PIŤO, V.: *Slovník cudzích slov*. Dotlač 1. vyd. Bratislava : Jazykové vydavateľstvo KNIHA-SPOLOČNÍK 2001, 2000. 703 p. ISBN 80-88814-16-2
15. POLÁK, J. - MUNK, M.: *Class Server*. In: Výukový materiál Class Server [online]. p. 1. [cit. 2006-03-05] <http://www.virtual.ukf.sk/pf/>
16. POLÁKOVÁ, E. et al.: *Terminológia technológie vzdelávania*. 1. vyd. Nitra : PF UKF v Nitre, 2001. 148 p. ISBN 80-8050-462-8
17. POPPE, V.: *Prehľad služieb siete Internet*. [online] 2004. [2006-01-19] <http://fria.utc.sk/~vapo/vyuka/sluz-int/sl-pre-1.htm>
18. ŠECHNÝ, M.: *Virtuálna univerzita - výučbové texty pre predmet Neurónové siete*. [Diplomová práca - online] 2004. [2006-02-10] <http://www.fiit.stuba.sk/~sechny/skola/diplom/index.html>
19. TSCHABITSCHER, H.: *How Many Email Users Are There?* [online] [2006-01-04] [http://email.about.com/od/emailtrivia/f/how\\_many\\_email.htm](http://email.about.com/od/emailtrivia/f/how_many_email.htm)

20. ŽILKOVÁ, K.: *Heuristika v informatizácii výučby matematiky*. [Rigorózna práca - pdf] 2004, 75 p. [2006-01-10] <http://www.zilka.sk/>
21. [Autor neuvedený]: *Čo je to flash?* [online] [2006-02-15] <http://www.flashland.sk/flash/flash.php>
22. [Autor neuvedený]: Data sheet. In: Flash Professional 8 Datasheet [online]. 2005, 2 p. [2006-03-29] [http://www.macromedia.com/software/flash/flashpro/productinfo/datasheet/flashpro8\\_fp.html](http://www.macromedia.com/software/flash/flashpro/productinfo/datasheet/flashpro8_fp.html)
23. [Autor neuvedený]: Microsoft Class Server – základné informácie. In: Školstvo a vzdelávanie [online]. p. 1. [cit 2006 -03-08] <http://www.microsoft.com/slovakia/education/ClassServer/info/>
24. [Autor neuvedený]: *Najčastejšie otázky*. In: Kurz Internetu [online]. 1996. [2006-01-25] <http://lg.msn.com/intl/sk/tutorial/faq.htm>
25. [Autor neuvedený]: *Prehľad aplikácie FrontPage 2003*. [online] 2003, [2006-03-15] <http://www.microsoft.com/slovakia/office/frontpage/overview.msp>
26. [Autor neuvedený]: *Tvorba didaktických programov na Internete*. [online] [2006-03-15] [http://learn.spsh.sk/tvorba\\_didaktickych\\_programov.html](http://learn.spsh.sk/tvorba_didaktickych_programov.html)
27. [Autor neuvedený]: *Vlastnosti*. In: Web pre podporu používateľov LMS MOODLE na Slovensku [online]. 2004. [2006-03-19] <http://www.moodle.sk/doc/>

## PRÍLOHY

<b>Príloha A Príkazy AS Flash .....</b>	<b>73</b>
<b>Príloha B Výukový materiál „Matematické funkcie“ .....</b>	<b>74</b>



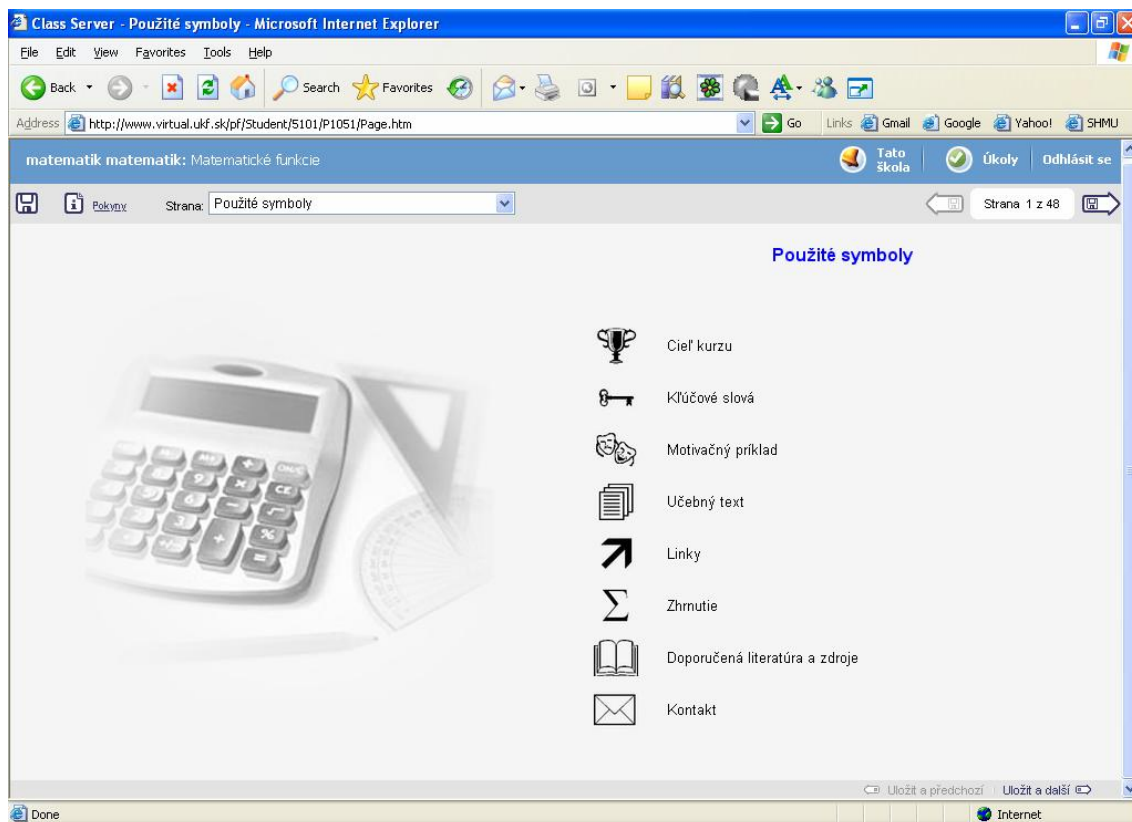
## Príloha A Príkazy AS Flash

Použité matematické funkcie programu Macromedia Flash.

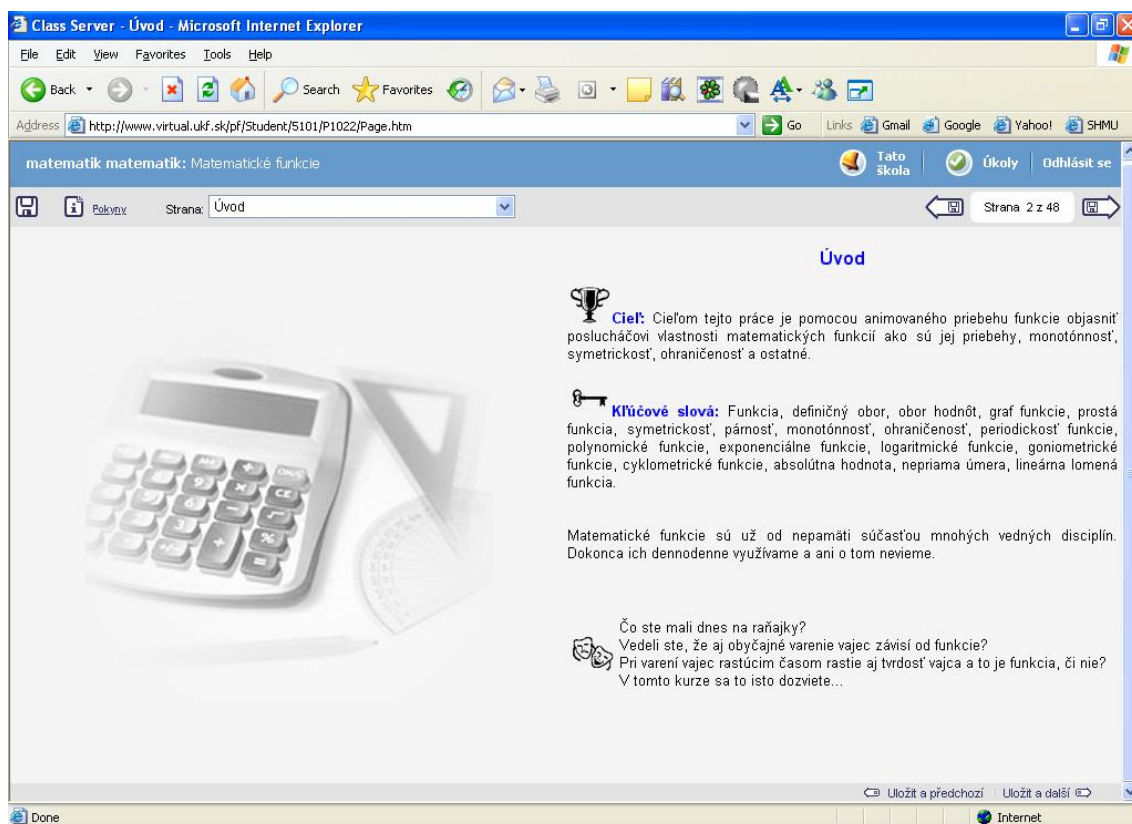
<b>Príkaz ActionScript</b>	<b>Názov funkcie</b>
Math.abs()	Absolútna hodnota
Math.acos()	Arkuskosínus
Math.asin()	Arkussínus
Math.atan()	Arkustangens
Math.cos()	Kosínus
Math.exp()	Exponenciálna hodnota
Math.log()	Dekadický logaritmus
Math.PI	Ludolfovo číslo
Math.pow()	Mocnina x na y
Math.round()	Zaokrúhlenie čísla
Math.sin()	Sínus
Math.sqrt()	Odmocnina
Math.tan()	Tangens

Tabuľka 1 matematické funkcie programu Macromedia Flash

## Príloha B Výukový materiál „Matematické funkcie“



Obrázok 7 Výukový materiál „Matematické funkcie“ – Použité symboly



Obrázok 8 Výukový materiál „Matematické funkcie“ – Úvod

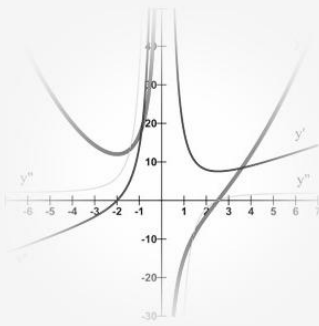
Class Server - 1 Vlastnosti funkcií - Microsoft Internet Explorer

Address: http://www.virtual.ukf.sk/pf/Student/5101/P1047/Page.htm

matematik matematik: Matematické funkcie

Strana: 1 Vlastnosti funkcií

### 1 Vlastnosti funkcií



**Ciel:** Frekventanti sa oboznámia so základnými pojmami funkcie a základnými vlastnosťami funkcie.

**Kľúčové slová:** Funkcia, definičný obor, obor hodnôt, graf funkcie, prostá funkcia, symetrickosť, párnosť, monotónnosť, ohraničenosť, periodickosť funkcie.

**Učebný text:**  
V matematike je veľmi často používaným pojmom slovo *funkcia* a veci s ňou súvisiace, preto si túto problematiku rozdelíme na viaceru časť:

- **Základné pojmy**
- **Vlastnosti funkcií:**
  - [Párnosť](#)
  - [Monotónnosť](#)
  - [Ohraničenosť](#)
  - [Periodickosť](#)

Uložit a oľdchodzí | Uložit a ďalší

Obrázok 9 Výukový materiál „Matematické funkcie“ – Vlastnosti funkcií

Strana: 1.1 Základné pojmy

Strana 4 z 48

### 1.1 Základné pojmy

**Ciel:** Frekventanti sa oboznámia s pojmom funkcia, jej zápisom, definičným oborom, oborom hodnôt a grafom funkcie.

**Kľúčové slová:** Funkcia, definičný obor, obor hodnôt a graf funkcie.

**Motivačný príklad**

**Učebný text:**  
Máme dve neprázdne množiny  $A, B$ .  
**Funkciu** si môžeme predstaviť ako **pravidlo**, ktoré pre každý prvok  $x$  z množiny  $A$  určí alebo **priradí** nejakú hodnotu  $y$  z množiny  $B$ , ktorá je jeho **obrazom**.  
 $x \rightarrow \boxed{\text{Funkcia}} \rightarrow y$

Písmená  $f, g, h$  sú často používané na označenie funkcie.  
Funkciu zapíšeme v tvare:  $y = f(x)$ .  
Množinu  $A$  nazývame definičný obor funkcie  $f$ , označujeme  $D(f)$ .  
Množinu  $B$  nazývame oborom hodnôt funkcie  $f$ , označujeme  $H(f)$ .

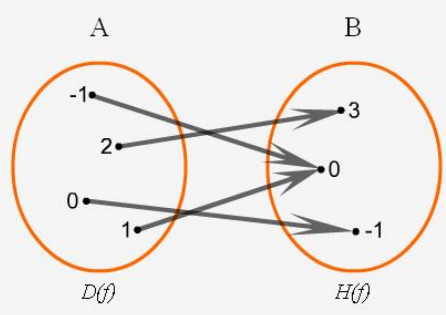
**Graf funkcie**  $f$  je množina všetkých bodov  $[x, f(x)]$ ,  $x \in D(f)$  v rovine s karteziánskou súradnicovou sústavou.

**Funkcia môže byť určená:**

- matematickým predpisom  $y = f(x)$   
napríklad:  $y = 3$     $y = x - 2$     $y = 4x + 3$
- $f(x) = x^2 + 5$  alebo  $f: x \mapsto x^2 + 5$
- slovným predpisom  
napríklad:  $h$ : druhá odmocnina čísla  
 $f$ : absolútna hodnota čísla
- tabuľkou  
napríklad:

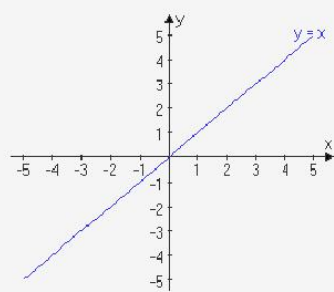
$x$	-1	0	1	5
$f(x)$	2	3	2	6

- graficky  
napríklad: šípkové diagramy (využívajú sa pri konečných množinách, pozri

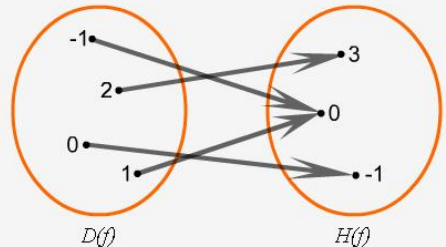


Obrázok 10 Výukový materiál „Matematické funkcie“ – Základné pojmy 1/3

grafy (pri nekonečných množinách)  
napríklad.



A



$D(f)$                        $H(f)$

**Viac informácií**

**Vzorový príklad 1:**  
 $y = x^2 - 1$  (viď animácia)  
 Definičný obor  $D(f) = \mathbb{R}$ .

Obor hodnôt  $H(f) = \{-1, \infty\}$ .

**Vzorový príklad 2:**  
 Rozhodnime, ktoré z nasledujúcich množín sú funkcie:

a)  $U = \{(x, y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R}; x^2 + y^2 = 1\}$   
 b)  $U = \{(x, y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R}; y \text{ je deliteľom } x\}$

**Riešenie:**  
 a) Množina  $U$  nie je funkcia, napr. číslu 0 vieme priradiť dva  $y$   $(-1, 1)$ . Grafom tejto množiny je kružnica.  
 b) Množina  $U$  je funkciou, lebo každé číslo  $x$  má práve jeden ciferný súčet.

**Vzorový príklad 3:**  
 Zistíme definičné obory nasledovných funkcií:

a)  $y = \frac{x-2}{x+2}$                       b)  $y = x^2 + 3x - 10$

Obrázok 11 Výukový materiál „Matematické funkcie“ – Základné pojmy 2/3

**Vzorový príklad 3:**  
 Zistíme definičné obory nasledovných funkcií:

a)  $y = \frac{x-2}{x+2}$                       b)  $y = x^2 + 3x - 10$

c)  $y = \sqrt{\frac{x^3+x}{x-3}}$                       d)  $y = \sqrt{2-4x}$

**Riešenie:**

a) Menovateľ zlomku musí byť rôznyi od nuly, t.j.  $x + 2 \neq 0$ , teda  $x \neq -2$ .  
 $D(f) = \mathbb{R} - \{-2\} = (-\infty, -2) \cup (-2, \infty)$

b) Definičný obor je  $\mathbb{R}$ .

c) Pod odmocninou musí byť výraz nezáporný, t.j.  $\frac{x^3+x}{x-3} \geq 0$ .

$$\frac{x(x^2+1)}{x-3} \geq 0 \Rightarrow x \geq 0 \wedge x-3 > 0 \vee x \leq 0 \wedge x-3 < 0,$$

výraz  $\frac{x^3+x}{x-3} + 1$  je pre každé  $x$  kladné.  
 $D(f) = (-\infty, 0) \cup (3, \infty)$

d) Pod odmocninou musí byť výraz nezáporný, t.j.  $2 - 4x \geq 0$ ,  $2 \geq 4x \Rightarrow \frac{1}{2} \geq x$ .

$$D(f) = (-\infty, \frac{1}{2}]$$

**Neriešené príklady**

**Linky pre náročných frekventantov:**  
<http://www.math.sk/skripta/node84.html>  
<http://www.funkcie.szm.com/linky.html>  
<http://www.learner.org/exhibits/dailymath/resources.html>  
<http://kekule.science.upjs.sk/matematika/>  
<http://www.vazka.sk/matematika/standarty/funkc.html>

Obrázok 12 Výukový materiál „Matematické funkcie“ – Základné pojmy 3/3

Náhľad: Matematické funkcie

Strana: 1.2 Vlastnosti funkcií - Párnosť

Strana 5 z 47

### 1.2 Vlastnosti funkcií - Párnosť

**Párna funkcia**

$y = x^2$   
 $D(f) = \mathbb{R}$

$-\infty$   $-2$   $-1$   $0$   $1$   $2$   $\infty$  x

**Cieľ:** Oboznámiť frekventanta so základnými vlastnosťami funkcií.

**Kľúčové slová:** Prostá funkcia, monotónnosť, ohraničenosť, symetrickosť a periodickosť.

**Motivačný príklad**

**Učebný text:**  
Funkcia  $f$  je **prostá** práve vtedy, ak každá priamka rovnobežná s osou  $o_x$  pretne graf funkcie  $f$  najviac v jednom bode, t. j.:  
 $x_1, x_2 \in D(f) : x_1 \neq x_2, \text{ tak } f(x_1) \neq f(x_2)$   
Niektoré funkcie majú tú vlastnosť, že ich grafy sú v istom zmysle **symetrické**.

Funkcia  $f$  je **párna**, ak jej graf je súmerný podľa osi  $o_y$ , t. j. :  
Ak pre každé číslo  $x$  z  $D(f)$  aj číslo  $-x$  patrí do  $D(f)$  a platí:  
 $f(-x) = f(x)$ .

Funkcia  $f$  je **nepárna**, ak jej graf je symetrický podľa začiatku súradnicovej sústavy, t. j. :  
Ak pre každé číslo  $x$  z  $D(f)$  aj číslo  $-x$  patrí do  $D(f)$  a platí:  
 $f(-x) = -f(x)$ .

**Poznámka:**  
Existujú funkcie, ktoré nie sú ani párne ani nepárne.  
Napríklad:  $y = x^2 - x$

**Viac informácií**

**Riešený príklad 1:**  
Zistíme, či nasledujúce funkcie sú prosté:

Obrázok 13 Výukový materiál „Matematické funkcie“ – Párnosť 1/2

$-\infty$   $-2$   $-1$   $0$   $1$   $2$   $\infty$  x

t. j. :  
Ak pre každé číslo  $x$  z  $D(f)$  aj číslo  $-x$  patrí do  $D(f)$  a platí:  
 $f(-x) = -f(x)$ .

**Poznámka:**  
Existujú funkcie, ktoré nie sú ani párne ani nepárne.  
Napríklad:  $y = x^2 - x$

**Viac informácií**

**Riešený príklad 1:**  
Zistíme, či nasledujúce funkcie sú prosté:

a)  $y = x^2$     b)  $y = 2x - 3$

**Riešenie:**

a) Funkcia  $y = x^2$  nie je prostá na svojom definičnom obore  $(\mathbb{R})$ . Ale je prostá na intervale  $(-\infty, 0)$ , ale aj na intervale  $(0, \infty)$ .

b) Funkcia  $y = 2x - 3$  je prostá (grafom funkcie je priamka, ktorá pretne os  $x$ -ovú iba raz).

**Riešený príklad 2:**  
Zistíme symetrickosť nasledujúcich funkcií:

a)  $y = x^2$     b)

**Riešenie:**

a)  $f(x) = x^2$   
 $f(-x) = (-x)^2 = x^2 = f(x)$  je párna (viď animácia)

b)  $f(x) = 2x - 3$   
 $f(-x) = -2x + 3 = -(2x - 3) = -f(x)$  je nepárna (viď animácia)

**Neriešené príklady**

**Linky pre náročných frekventantov:**  
<http://www.vazka.sk/matematika/standarty/funkc.html>  
<http://www.tuke.sk/fei-km/MA1/ma1.htm>

Obrázok 14 Výukový materiál „Matematické funkcie“ – Párnosť 2/2

Strana: 1.3 Vlastnosti funkcií - Monotónnosť

### 1.3 Vlastnosti funkcií - Monotónnosť

**Klesajúca funkcia**    **Rastúca funkcia**    **Monotónna na intervale**

$y = 2x + 1$   
 $D(f) = \mathbb{R}$

$-\infty$ 
  $-2$ 
  $-1$ 
  $0$ 
  $1$ 
  $2$ 
  $\infty$

**Motivačný príklad**

**Učebný text:**  
Na grafe sa vlastnosti **monotónnosti** prejavujú tak, že pri zväčšovaní x-ových súradníc bodov grafu y-ové súradnice bodov grafu **rastú** alebo **klesajú** podľa príslušnej vlastnosti.

Funkcia  $f$  je **rastúca** na množine  $M$  ( $M \subseteq D(f)$ ), ak pre každé dve čísla  $x_1, x_2$  z množiny  $M$ , ktoré spĺňajú nerovnosť  $x_1 < x_2$ , platí  $f(x_1) < f(x_2)$ .

Funkcia  $f$  je **klesajúca** na množine  $M$  ( $M \subseteq D(f)$ ), ak pre každé dve čísla  $x_1, x_2$  z množiny  $M$ , ktoré spĺňajú nerovnosť  $x_1 < x_2$ , platí  $f(x_1) > f(x_2)$ .

Funkcia  $f$  je **nerastúca** na množine  $M$  ( $M \subseteq D(f)$ ), ak pre každé dve čísla  $x_1, x_2$  z množiny  $M$ , ktoré spĺňajú nerovnosť  $x_1 < x_2$ , platí  $f(x_1) \geq f(x_2)$ .

Funkcia  $f$  je **neklesajúca** na množine  $M$  ( $M \subseteq D(f)$ ), ak pre každé dve čísla  $x_1, x_2$  z množiny  $M$ , ktoré spĺňajú nerovnosť  $x_1 < x_2$ , platí  $f(x_1) \leq f(x_2)$ .

Funkcia  $f$  je **monotónna**, ak je buď neklesajúca alebo nerastúca.

Funkcia  $f$  je **rýdzo monotónna**, ak je buď rastúca alebo klesajúca.

**Poznámka:**  
Ak je funkcia  $f$  rastúca (klesajúca) na celom  $D(f)$ , tak hovoríme, že je rastúca (klesajúca).  
Monotónnosť funkcie zvyčajne určujeme z grafu funkcie, ale najrýchlejšie je to použitím derivácie.

**Riešený príklad:**  
Zistite intervaly monotónnosti nasledovných funkcií:  
a)  $y = 2 - 3x$     b)  $y = 2x + 1$     c)  $y = x^2$

Obrázok 15 Výukový materiál „Matematické funkcie“ – Monotónnosť 1/2

a)  $y = 2 - 3x$     b)  $y = 2x + 1$     c)  $y = x^2$

**Riešenie:**

a)  $y = 2 - 3x$   
 $D(f) = \mathbb{R}$ . Nech  $x_1, x_2 \in D(f)$ :  $x_1 \neq x_2$  a  $x_1 < x_2$ .  
 $x_1 < x_2$  /  $\cdot (-3)$   $\Rightarrow -3x_1 > -3x_2$  /  $+2$   $\Rightarrow 2 - 3x_1 > 2 - 3x_2$ , z toho vyplýva  $f(x_1) > f(x_2)$ .  
Funkcia je klesajúca na  $\mathbb{R}$  (viď animácia).

b)  $y = 2x + 1$   
 $D(f) = \mathbb{R}$ . Nech  $x_1, x_2 \in D(f)$ :  $x_1 \neq x_2$  a  $x_1 < x_2$ .  
 $x_1 < x_2$  /  $\cdot 2$   $\Rightarrow 2x_1 < 2x_2$  /  $+1$   $\Rightarrow 2x_1 + 1 < 2x_2 + 1$ , z toho vyplýva  $f(x_1) < f(x_2)$ .  
Funkcia je rastúca na  $\mathbb{R}$  (viď animácia).

c)  $y = x^2$   
 $D(f) = \mathbb{R}$ . Nech  $x_1, x_2 \in D(f)$ :  $x_1 \neq x_2$  a:

- $0 < x_1 < x_2$ , t.j.  $x_1, x_2 > 0$   
 $x_1 < x_2$  / umocním  $\Rightarrow x_1^2 < x_2^2$ , z toho vyplýva  $f(x_1) < f(x_2)$ .  
Funkcia je rastúca na  $(0, \infty)$  (viď animácia).
- $0 > x_1 > x_2$ , t.j.  $x_1, x_2 < 0$   
/ umocním  $\Rightarrow x_1^2 < x_2^2$ , z toho vyplýva  $f(x_1) < f(x_2)$ .  
Funkcia je klesajúca na  $(-\infty, 0)$  (viď animácia).

**Neriešené príklady**

**Linky pre náročných frekvantov:**  
[http://hore.dnom.fmph.uniba.sk/personal/vencko/MA1/ma1\\_3.pdf](http://hore.dnom.fmph.uniba.sk/personal/vencko/MA1/ma1_3.pdf)  
<http://sophia.dtp.fmph.uniba.sk/~peterp/matika1PP.pdf>  
<http://www.fem.uniag.sk/km/FUNKCIE.doc>  
<http://www.funkcie.szm.com/index.html>

Obrázok 16 Výukový materiál „Matematické funkcie“ – Monotónnosť 2/2

matematik matematik: Matematické funkcie

Strana: 1.4 Vlastnosti funkcií - Ohraničenosť

Strana 7 z 48

### 1.4 Vlastnosti funkcií - Ohraničenosť

**Zdola ohraničená**   **Zhora ohraničená**   **Ohraničená na intervale**

$y = x^2 + 4$   
 $D(f) = \langle -2, 4 \rangle$

**Motivačný príklad**

**Učebný text:**

Funkcia, ktorá je **zdola ohraničená** leží nad priamkou  $y = d$  rovnobežnou s osou x-ovou.

Funkcia, ktorá je **zhora ohraničená** leží pod priamkou  $y = d$  rovnobežnou s osou x-ovou.

Funkcia, ktorá je **zhora aj zdola ohraničená** leží medzi dvoma priamkami  $y = d$  a  $y = h$ , ktoré sú rovnobežné s osou x-ovou.

**Viac informácií**

**Vzorový príklad 1:**  
Zistíme, či nasledujúce funkcie sú ohraničené:

a)  $y = x^2 + 1$    b)  $y = -x^2 + 2$    c)  $y = x^2 + 4, x \in \langle -2, 4 \rangle$

**Riešenie:**

a)  $y = x^2 + 1, x \in \mathbb{R}$   
Jedná sa o kvadratickú funkciu, ktorá najmenšiu hodnotu nadobúda vo svojom vrchole  $V[0,1]$ , a najväčšiu hodnotu nenadobúda. Teda dolné ohraničenie je číslo  $d = 1$ , resp. priamka  $y = 1$ .  
Daná funkcia je ohraničená zdola (viď animácia).

b)  $y = -x^2 + 2, x \in \mathbb{R}$   
Znova jedná sa o kvadratickú funkciu, ktorá najväčšiu hodnotu nadobúda vo svojom vrchole  $V[0,2]$ , a najmenšiu hodnotu nenadobúda. Teda horné ohraničenie je číslo  $h = 2$ , resp. priamka  $y = 2$ .

Obrázok 17 Výukový materiál „Matematické funkcie“ – Ohraničenosť 1/3

Daná funkcia je ohraničená zhora (viď animácia).

c)  $y = x^2 + 4, x \in \langle -2, 4 \rangle$

Najmenšiu hodnotu nadobúda vo svojom vrchole  $V[0,4]$  a najväčšiu hodnotu v bode  $x = 4, f(4) = 4^2 + 4 = 20$

Dolné ohraničenie je číslo  $d = 4$ , resp. priamka  $y = 4$  a horné ohraničenie je číslo  $h = 20$ , resp. priamka  $y = 20$ .

Daná funkcia je ohraničená aj zdola aj zhora (viď animácia).

**Extrémy**

**Motivačný príklad**


**Učebný text:**

Funkcia má v bode  $A[a, f(a)]$  na množine  $M$  **maximum**, práve vtedy ak pre každé  $x \in M$  platí  $f(x) \leq f(a)$ .

Funkcia má v bode  $A[a, f(a)]$  na množine  $M$  **minimum**, práve vtedy ak pre každé  $x \in M$  platí  $f(x) \geq f(a)$ .

**Vzorový príklad:**  
Na obrázku je graf istej funkcie  $h$ , ktorej definičným oborom je uzavretý interval  $\langle -4, 5 \rangle$ .  
Zistíme, či má funkcia  $h$  maximum, resp. minimum na množine  $M = D(f)$

Obrázok 18 Výukový materiál „Matematické funkcie“ – Ohraničenosť 2/3



**Motivačný príklad**

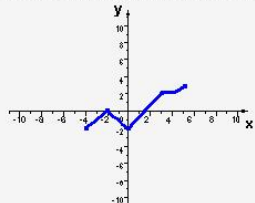
**Učebný text:**

Funkcia má v bode  $A[a, f(a)]$  na množine  $M$  **maximum**, práve vtedy ak pre každé  $x \in M$  platí  $f(x) \leq f(a)$ .

Funkcia má v bode  $A[a, f(a)]$  na množine  $M$  **minimum**, práve vtedy ak pre každé  $x \in M$  platí  $f(x) \geq f(a)$ .

**Vzorový príklad:**

Na obrázku je graf istej funkcie **h**, ktorej definičným oborom je uzavretý interval  $\langle -4, 5 \rangle$ . Zistite, či má funkcia **h** maximum, resp. minimum na množine  $M=D(f)$



**Riešenie:**  
 Funkcia **h** má v bode  $a = 5$  maximum na  $D(f)$  a v bodoch  $b_1 = -4$  a  $b_2 = 0$  minimum na  $D(f)$ .


**Neriešené príklady**

**Linky pre náročných frekvantov:**

- <http://www.tuke.sk/fei-km/MA1/>
- <http://www.fpharm.uniba.sk/KFCHL/Pedagogika/Skriptá/>
- [http://sis.science.upjs.sk/matematika/kniznica\\_vp/funkcie/](http://sis.science.upjs.sk/matematika/kniznica_vp/funkcie/)

Uložit a predchovať Uložit a ďalší

Obrázok 19 Výukový materiál „Matematické funkcie“ – Ohraničenosť 3/3



matematik matematik: Matematické funkcie

Tato škola Úkoly Odlásiť se

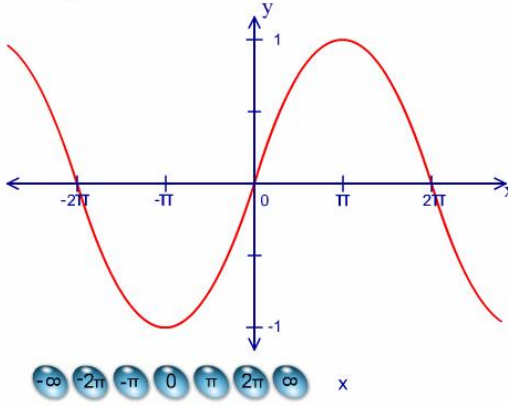
Strana: 1.5 Vlastnosti funkcií - Periodickosť

Strana 8 z 48

**1.5 Vlastnosti funkcií - Periodickosť**

**Periodická funkcia**

$y = \sin x$   
 $D(f) = \mathbb{R}$



**Motivačný príklad**

**Učebný text:**

Existujú niektoré funkcie, ktorých hodnoty sa pravidelne opakujú. Pri grafickom znázornení obraz periodickej funkcie sa po určitej dĺžke opakuje, t.j. je posunutý o určitú dĺžku – **periódu**. Funkcia je **periodická** s periódou  $p > 0$  práve vtedy, ak pre každé  $x$  z definičného oboru a pre každé celé číslo  $k$  platí:  $x + k \cdot p \in D(x)$  a  $f(x + k \cdot p) = f(x)$ .

**Poznámka:**  
 Najmenšie kladné číslo s danou vlastnosťou sa nazýva **základnou periódou** funkcie  $f$ .

**Vzorový príklad 1:**  
 Zistíme základnú periódou funkcie  $y = \sin x$ ,  $x \in \mathbb{R}$ .  
**Riešenie:**  
 Ako môžeme vidieť z animácie vpravo, graf funkcie  $f(x) = \sin x$  sa opakuje po dĺžke  $2\pi$ .  
 Základná perióda danej funkcie je  $2\pi$ .

**Poznámka:**  
 Podobne aj funkcia kosínus je periodická so základnou periódou  $2\pi$ . Funkcie tangens a kotangens sú tiež periodické, ale so základnou periódou  $\pi$ .

**Vzorový príklad 2:**  
 Zistíme základnú periódou pre funkciu  $y = \cos \frac{x}{2}$ ,  $x \in \mathbb{R}$ .  
**Riešenie:**  
 Pre číslo  $p$ , perióda funkcie platí:

Internet

Obrázok 20 Výukový materiál „Matematické funkcie“ – Periodickosť 1/2



**Poznámka:**  
Najmenšie kladné číslo s danou vlastnosťou sa nazýva *základnou periódou* funkcie  $f$ .

**Vzorový príklad 1:**  
Zistíme základnú periódou funkcie  $y = \sin x$ ,  $x \in \mathbb{R}$ .  
*Riešenie:*  
Ako môžeme vidieť z animácie vpravo, graf funkcie  $f(x) = \sin x$  sa opakuje po dĺžke  $2\pi$ .  
Základná perióda danej funkcie je  $2\pi$ .

**Poznámka:**  
Podobne aj funkcia kosínus je periodická so základnou periódou  $2\pi$ . Funkcie tangens a kotangens sú tiež periodické, ale so základnou periódou  $\pi$ .

**Vzorový príklad 2:**  
Zistíme základnú periódou pre funkciu  $y = \cos \frac{x}{2}$ ,  $x \in \mathbb{R}$ .  
*Riešenie:*  
Pre číslo  $p$ , perióda funkcie platí:  
$$\cos \frac{x}{2} = \cos \frac{x+k \cdot p}{2} = \cos \left( \frac{x}{2} + k \frac{p}{2} \right)$$
, keďže kosínus je periodická funkcia s periódou  $2\pi$ , musí platiť  $2\pi = \frac{p}{2} \Rightarrow p = 4\pi$ .  
Základná perióda danej funkcie je  $4\pi$ .

**Neriešené príklady**

↗ **Linky pre náročných frekvantov:**  
<http://www.kmadg.svf.stuba.sk/skripta/node114.html>  
<http://www.teachers.ash.org.au/mikemath/mathsb/periodic/index.html>  
[http://www.univie.ac.at/future\\_media/moe/galerie/fun1/fun1.html](http://www.univie.ac.at/future_media/moe/galerie/fun1/fun1.html)

Obrázok 21 Výukový materiál „Matematické funkcie“ – Periodickosť 2/2

**2 Elementárne funkcie**

**Cieľ!** Frekvantanti sa oboznámia elementárnymi funkciami, ich zápismi, definičnými obormi, obormi hodnôt, grafmi a vlastnosťami funkcií.

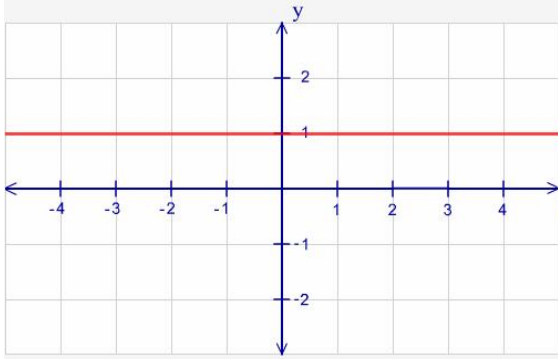
**Kľúčové slová:** Polynommické funkcie, racionálne funkcie, goniometrické funkcie, exponenciálne funkcie, logaritmicke funkcie a absolútna hodnota.

**Učebný text:**  
V matematike sa často stretávame s pojmom *elementárne funkcie*. Pod pojmom elementárne funkcie obyčajne rozumieme nasledujúce funkcie:

- Polynommické funkcie:
  - Konštantná funkcia
  - Lineárna funkcia
  - Kvadratická funkcia
  - Mocninová funkcia
- Racionálne funkcie:
  - Lineárna lomená funkcia
  - Nepriama úmernosť
- Exponenciálne funkcie
- Logaritmicke funkcie
- Goniometrické funkcie
- Absolútna hodnota
- Cyklotmetrické funkcie

Obrázok 22 Výukový materiál „Matematické funkcie“ – Elementárne funkcie

2.1 Konštantná funkcia



**Ciel:** Frekventanti sa oboznámia so zápisom, definičným oborom, oborom hodnôt, grafom a vlastnosťami konštantnej funkcie.

**Kľúčové slová:** Konštantná funkcia, konštanta, vlastnosti a graf.

**Učebný text:**  
**Konštantnou funkciou** nazývame funkciu definovanú pre reálne čísla  $x$  tvaru (rovnicou)  $y = b$ , kde  $b$  je konštanta.  
 Častý zápis  $f(x) = b$ .  
**Definičným oborom** konštantnej funkcie je množina  $D(f) = \mathbb{R}$ .  
**Oborom hodnôt** konštantnej funkcie je množina  $H(f) = \{b\}$ .  
**Grafom** konštantnej funkcie je horizontálna priamka, prechádzajúca bodom  $B = [x, b]$  (priamka rovnobežná s osou  $x$ -ovou).  
 Keďže je konštantná, nie je ani rastúca ani klesajú, v každom bode  $x$  má maximum i minimum.

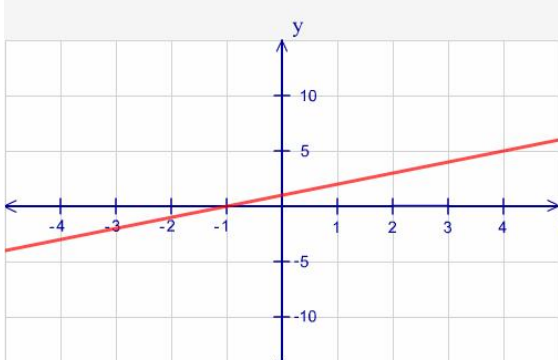
**Poznámka:**  
 Hodnota  $y (f(x))$  je vždy  $b$  pre ľubovoľné  $x$ .  
 Príklady konštantných funkcií:  $y = 5$ ;  $f(x) = -2,5$ ;  $y = 0$ .

**Vzorový príklad:**  
 Zistíme, ktorá z nasledujúcich funkcií (rovností) je konštantná funkcia:  
 a)  $x = 5$     b)  $5x - y = 5$     c)  $y = 3$   
**Riešenie:**  
 Keďže konštantná funkcia musí mať formu  $y = b$ , kde  $b$  je konštanta, iba tretia funkcia (c) je konštantnou.

**Linky pre náročných frekventantov:**  
<http://www.math.sk/skripta/node119.html>  
<http://www.shodor.org/interactivate/discussions/fd4.html>

Obrázok 23 Výukový materiál „Matematické funkcie“ – Konštantná funkcia

2.2 Lineárna funkcia



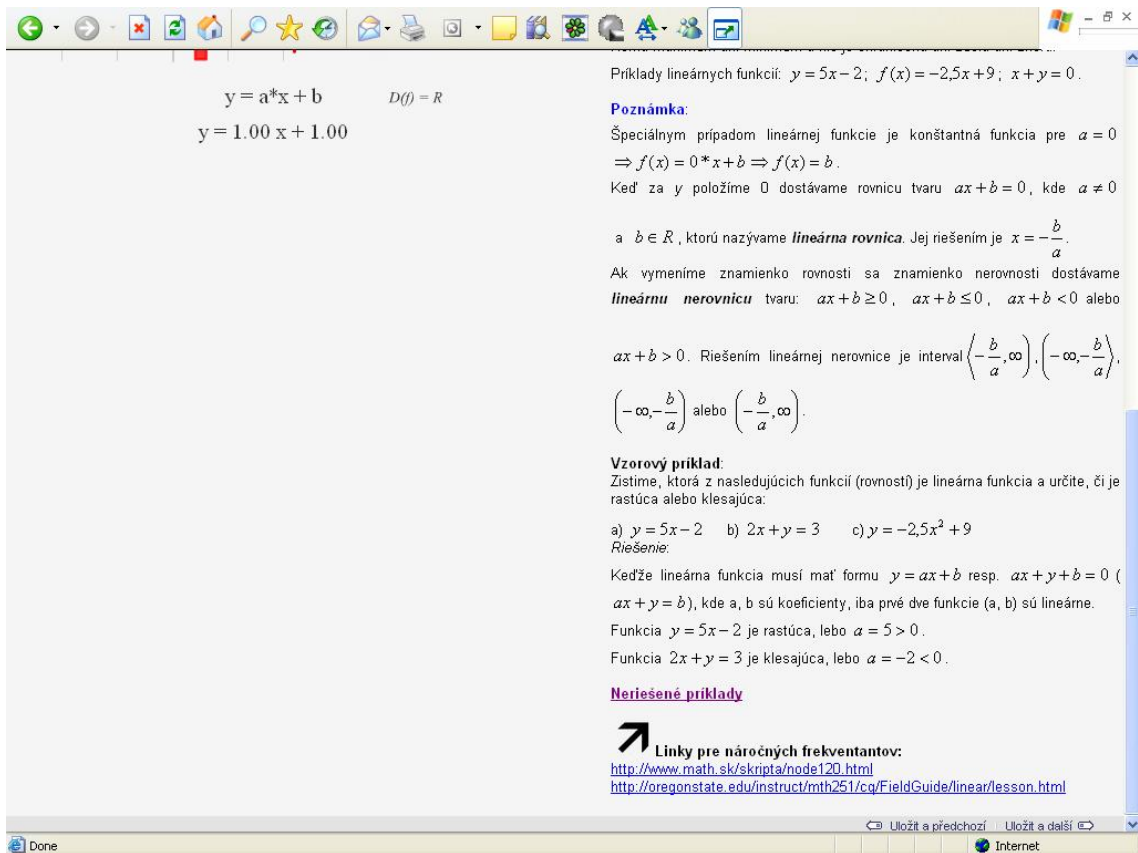
**Ciel:** Frekventanti sa oboznámia so zápisom, definičným oborom, oborom hodnôt, grafom a vlastnosťami lineárnej funkcie.

**Kľúčové slová:** Lineárna funkcia, vlastnosti a graf lineárnej funkcie, lineárna rovnica a lineárna nerovnica.

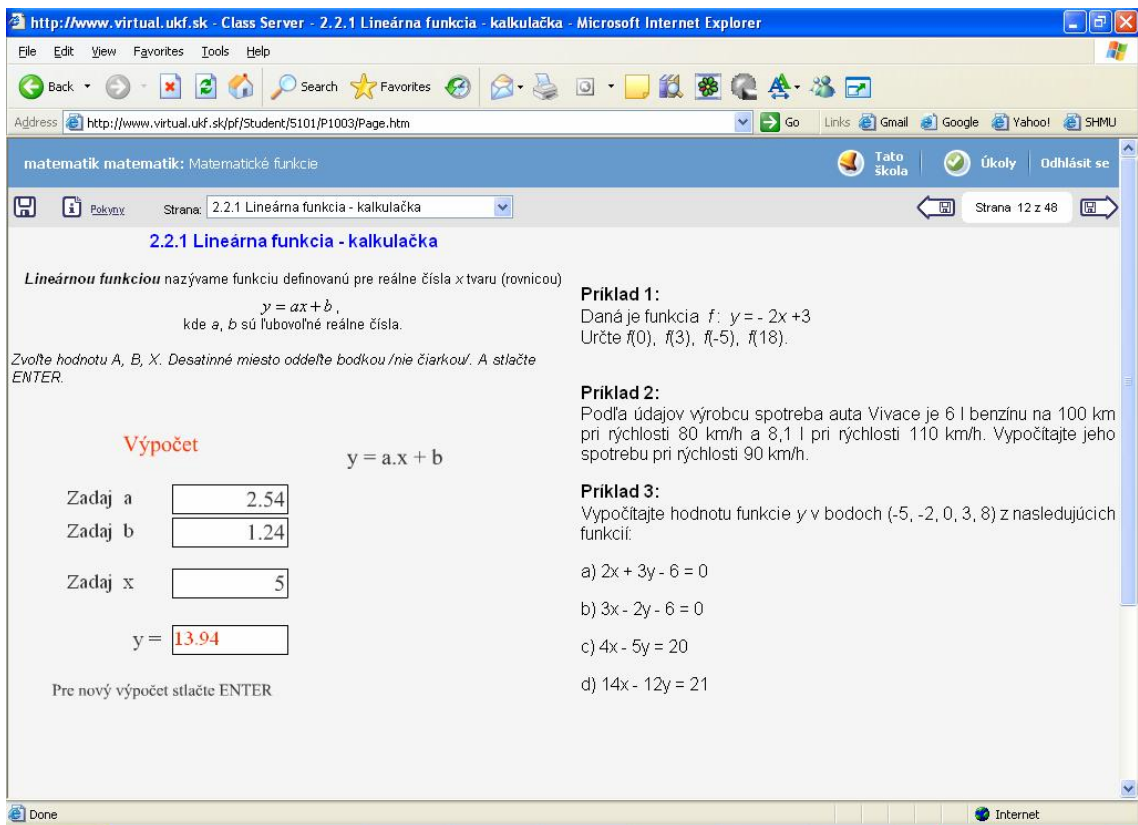
**Učebný text:**  
**Lineárnou funkciou** nazývame funkciu definovanú pre reálne čísla  $x$  tvaru (rovnicou)  $y = ax + b$ , kde  $a, b$  sú ľubovoľné reálne čísla.  
 Častý zápis  $f(x) = ax + b$ .  
**Definičným oborom** lineárnej funkcie je množina  $D(f) = \mathbb{R}$ .  
**Oborom hodnôt** lineárnej funkcie je množina  $H(f) = \mathbb{R}$ .  
**Grafom** lineárnej funkcie je priamka rôznobežná s osou  $y$ .  
**Vlastnosti:**  
 Sklon grafu funkcie (priamky) určuje koeficient  $a$ , t.j.  
 Monotónnosť: funkcia je **rastúca** ak  $a > 0$  a **klesajúca** ak  $a < 0$ .  
 Os  $x$ -ová priamka pretína v bode  $X[-\frac{b}{a}, 0]$  a os  $y$ -ová v bode  $Y[0, b]$ .  
 Nemá maximum ani minimum a nie je ohraničená ani zdola ani zhora.  
 Príklady lineárnych funkcií:  $y = 5x - 2$ ;  $f(x) = -2,5x + 9$ ;  $x + y = 0$ .

**Poznámka:**  
 Špeciálnym prípadom lineárnej funkcie je konštantná funkcia pre  $a = 0$   
 $\Rightarrow f(x) = 0 * x + b \Rightarrow f(x) = b$ .

Obrázok 24 Výukový materiál „Matematické funkcie“ – Lineárna funkcia 1/2



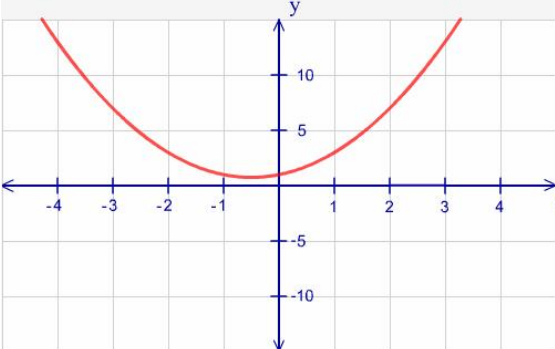
Obrázok 25 Výukový materiál „Matematické funkcie“ – Lineárna funkcia 2/2



Obrázok 26 Výukový materiál „Matematické funkcie“ – Lineárna funkcia – kalkulačka

Strana: 2.3 Kvadratická funkcia

### 2.3 Kvadratická funkcia



**Ciel:** Frekvenciáti sa oboznámia so zápisom, definičným oborom, oborom hodnôt, grafom a vlastnosťami kvadratickej funkcie.

**Kľúčové slová:** Kvadratická funkcia, vlastnosti a graf kvadratickej funkcie, kvadratická rovnica a kvadratická nerovnica.

**Učebný text:**  
**Kvadratickou funkciou** nazývame funkciu definovanú pre reálne čísla  $x$  tvaru (rovniciou)  $y = ax^2 + bx + c$ , kde  $a \neq 0$  a  $b, c$  sú ľubovoľné reálne čísla.  
 Častý zápis  $f(x) = ax^2 + bx + c$ .

**Definičným oborom** kvadratickej funkcie je množina  $D(f) = \mathbb{R}$ .

**Oborom hodnôt** kvadratickej funkcie je množina  $H(f)$ , ktorá závisí od koeficientu  $a$ .

**Grafom** kvadratickej funkcie tvaru U, ktorá sa nazýva parabola. Tvar paraboly (úsmev alebo plač) závisí od koeficientu  $a$ .

**Vlastnosti:**  
 Ak  $a = 0$  dostávame lineárnu rovnicu:  $f(x) = bx + c$ .  
 Ak  $a = 0$  a súčasne  $b = 0$  dostávame konštantnú funkciu  $f(x) = c$ .  
 Ak  $a \neq 0$  a súčasne  $b = 0$  dostávame rýdzokvadratickú funkciu  $f(x) = ax^2 + c$ .  
 Ak  $a \neq 0$  a súčasne  $c = 0$  dostávame kvadratickú rovnicu bez absolútneho člena  $f(x) = ax^2 + bx$ .  
 Tvar a vlastnosti kvadratickej funkcie (graf - parabola) určuje koeficient  $a$ , t.j.

$y = a \cdot x^2 + b \cdot x + c$      $y = 1.00 \cdot x^2 + 1.00 \cdot x + 1.00$   
 $D(f) = \mathbb{R}$

Done Internet

Obrázok 27 Výukový materiál „Matematické funkcie“ – Kvadratická funkcia 1/4

$D(f) = \mathbb{R}$

ak  $a > 0$  parabola má tvar U (úsmev), je **klesajúca** na intervale  $(-\infty, c - \frac{b^2}{4a})$  a **rastúca** na intervale  $(c - \frac{b^2}{4a}, \infty)$ , maximum nemá a minimum má v bode V (vrchol paraboly)  $[h, d] = [-\frac{b}{2a}, c - \frac{b^2}{4a}]$ ,

ak  $a < 0$  parabola má tvar n (plač) je **rastúca** na intervale  $(-\infty, c - \frac{b^2}{4a})$  a **klesajúca** na intervale  $(c - \frac{b^2}{4a}, \infty)$ , minimum nemá a maximum má v bode V (vrchol paraboly)  $[-\frac{b}{2a}, c - \frac{b^2}{4a}]$ .

Os paraboly je rovnobežná s osou  $y$ .

Príkladom kvadratickej funkcie je:  $y = 4x^2 - 2x + 5$ , pričom  $a \neq 0$  alebo  $f(x) = -2x^2 + 5x - 9$ , pričom  $a \neq 0$ .

**Vzťah medzi kvadratickou funkciou a jej vrcholom:**  $f(x) = a(x-h)^2 + d$ ,  
 závislosť medzi koeficientmi  $a, b, c$  a  $h, d$  je:  $h = -\frac{b}{2a}$  a  $d = c - \frac{b^2}{4a}$ ,  
 teda  $h$  a  $d$  tvoria  $x$ -ovú a  $y$ -ovú súradnicu vrcholu paraboly a sú od nich závislé.  
 Viac informácií: (súbor súradnice vrcholu paraboly)

**Priesečníky grafu kvadratickej funkcie (paraboly) s osou  $x$ -ovou a  $y$ -ovou:**

Os  $x$ -ová:  $f(x) = ax^2 + bx + c = 0 \Rightarrow x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$ , t.j.:  
 $X_1[\frac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}, 0]$  a  $X_2[\frac{-b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}, 0]$ .

Os  $y$ -ová:  $f(0) = a \cdot 0^2 + b \cdot 0 + c = c$ , t.j.:  $[0, c]$ .

Done Internet

Obrázok 28 Výukový materiál „Matematické funkcie“ – Kvadratická funkcia 2/4

$X_1\left[\frac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}, 0\right]$  a  $X_2\left[\frac{-b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}, 0\right]$ .  
 Os y – ová:  $f(0) = a0^2 + b0 + c = c$ , t.j.:  $[0, c]$ .

**Vzorový príklad 1:**

Zistite priesečníky kvadratickej funkcie  $f(x) = x^2 + 2x - 3$ ,  $a \neq 0$  so súradnicovými osami.

*Riešenie:*  
 $a = 1$ ,  $b = 2$ ,  $c = -3$

Os x – ová:  $x_1 = \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{-2 + \sqrt{2^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-3)}}{2 \cdot 1} = 1$  a  
 $x_2 = \frac{-b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{-2 - \sqrt{2^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-3)}}{2 \cdot 1} = -3$ .

Teda priesečníky s osou x – ovou sú body  $X_1[1, 0]$  a  $X_2[-3, 0]$ .

Os y – ová:  $[0, -3]$ .

**Vzorový príklad 2:**

Prepíšeme kvadratickú funkciu  $f(x) = x^2 + 2x - 3$ ,  $x \neq 0$  do tvaru  $f(x) = a(x - h)^2 + d$  a určíme súradnice vrcholu paraboly.

*Riešenie:*  
 $a = 1$ ,  $b = 2$ ,  $c = -3$   
 Máme dve možnosti, buď použijeme vzorce alebo upravíme na štvorec.  
 1) možnosť

$$h = -\frac{b}{2a} = -\frac{2}{2 \cdot 1} = -1, \quad d = -3 - \frac{2^2}{4 \cdot 1} = -4$$

Súradnice vrcholu paraboly sú  $V = [h, d] = [-1, -4]$ .  
 Rovnica paraboly bude mať

tvar  $f(x) = a(x - h)^2 + d = 1(x - 1)^2 + (-4) = (x - 1)^2 - 4$ .

2) možnosť

$$f(x) = x^2 + 2x - 3 = (x^2 + 2x + 1 - 1) - 3 = (x^2 + 2x + 1) - 1 - 3$$

$$f(x) = (x^2 + 2x + 1) - 4 = (x + 1)^2 - 4 \Rightarrow h = -1 \wedge d = -4.$$

Obrázok 29 Výchovný materiál „Matematické funkcie“ – Kvadratická funkcia 3/4

**Vzorový príklad 2:**

Prepíšeme kvadratickú funkciu  $f(x) = x^2 + 2x - 3$ ,  $x \neq 0$  do tvaru  $f(x) = a(x - h)^2 + d$  a určíme súradnice vrcholu paraboly.

*Riešenie:*  
 $a = 1$ ,  $b = 2$ ,  $c = -3$   
 Máme dve možnosti, buď použijeme vzorce alebo upravíme na štvorec.  
 1) možnosť

$$h = -\frac{b}{2a} = -\frac{2}{2 \cdot 1} = -1, \quad d = -3 - \frac{2^2}{4 \cdot 1} = -4$$

Súradnice vrcholu paraboly sú  $V = [h, d] = [-1, -4]$ .  
 Rovnica paraboly bude mať

tvar  $f(x) = a(x - h)^2 + d = 1(x - 1)^2 + (-4) = (x - 1)^2 - 4$ .

2) možnosť

$$f(x) = x^2 + 2x - 3 = (x^2 + 2x + 1 - 1) - 3 = (x^2 + 2x + 1) - 1 - 3$$

$$f(x) = (x^2 + 2x + 1) - 4 = (x + 1)^2 - 4 \Rightarrow h = -1 \wedge d = -4.$$

**Poznámka:**  
 Keď za y položíme 0 dostávame rovnicu tvaru  $ax + bx + c = 0$ , kde  $a \neq 0$  a  $b, c \in \mathbb{R}$ , ktorú nazývame **kvadratická rovnica**.

Jej riešením je  $x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$ .

Ak vymeníme znamienko rovnosti sa znamienko nerovnosti dostávame **kvadratickú nerovnicu** tvaru:  $ax + bx + c \geq 0$ ,  $ax + bx + c \leq 0$ ,  
 $ax + bx + c < 0$  alebo  $ax + bx + c > 0$ .

[Neriešené príklady](#)

**Linky pre náročných frekvantov:**  
<http://www.math.sk/skripta/node121.html>  
[http://sis.science.upjs.sk/matematika/kniznica\\_vp/funkcie/Kvadrat.htm](http://sis.science.upjs.sk/matematika/kniznica_vp/funkcie/Kvadrat.htm)  
<http://www.sosmath.com/algebra/quadratic/signquadra/signquadra.html>

Obrázok 30 Výchovný materiál „Matematické funkcie“ – Kvadratická funkcia 4/4

http://www.virtual.ukf.sk - Class Server - 2.3.1 Kvadratická funkcia - kalkulačka - Microsoft Internet Explorer

matematik matematik: Matematické funkcie

Strana: 2.3.1 Kvadratická funkcia - kalkulačka

### 2.3.1 Kvadratická funkcia - kalkulačka

**Kvadratickou funkciou** nazývame funkciu definovanú pre reálne čísla  $x$  tvaru (rovnicou)

$$y = ax^2 + bx + c,$$

kde  $a \neq 0$  a  $b, c$  sú ľubovoľné reálne čísla.

Zvoľte hodnotu  $A, B, C, X$ . Desatinné miesto oddelíte bodkou /nie čiarkou/. A stlačte ENTER.

**Výpočet**

$$y = a \cdot x^2 + b \cdot x + c$$

Zadaj a:   
 Zadaj b:   
 Zadaj c:   
 Zadaj x:   
 y =

Pre nový výpočet stlačte ENTER

**Příklad 1:**  
 Daná je funkcia  $f: y = x^2 + 3x - 28$ .  
 Určte  $f(0)$ ,  $f(2)$ ,  $f(-1)$ .

**Příklad 2:**  
 Daná je funkcia  $f: y = x^2 - 4x - 12$ .  
 Určte  $f(0)$ ,  $f(7)$ ,  $f(-1)$ .

**Příklad 3:**  
 Vypočítajte v ktorom bode pretína funkcia os  $y$ .

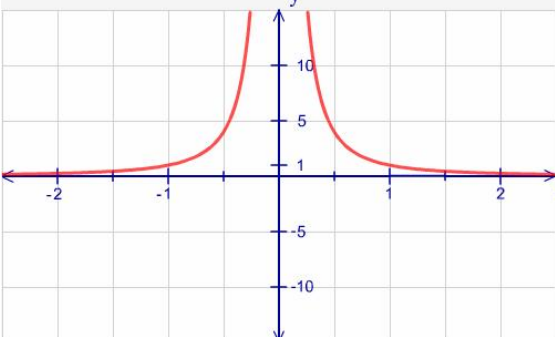
$$y = -4x^2 + \frac{1}{3}x + 27$$

$$y = x^2 - 4x$$

Obrázok 31 „Matematické funkcie“ – Kvadratická funkcia - kalkulačka

Strana: 2.4 Mocninová funkcia

### 2.4 Mocninová funkcia

$$y = b \cdot (d \cdot x + c)^a + e$$


**Cieľ:** Frekventanti sa oboznámia so zápisom, definičným oborom, oborom hodnôt, grafom a vlastnosťami mocninovej funkcie.

**Kľúčové slová:** Mocninová funkcia, vlastnosti a graf mocninovej funkcie, rovnice a nerovnice s mocninami, iracionálna funkcia, iracionálna rovnica a iracionálna nerovnica.

**Učebný text:**  
**Mocninovou funkciou** nazývame každú funkciu, definovanú na množine kladných reálnych čísel, ktorá má tvar  $y = x^n$ , kde  $n \in \mathbb{R} - \{0\}$ .  $n$  nazývame **exponent**.

**Vlastnosti, definičný obor aj obor hodnôt** mocninovej funkcie **závisia** od exponenta  $n$ .

- $n \in \mathbb{N}$  a je **nepárne**, nazývame ju mocninová funkcia s **prírodným exponentom**.

**Definičný obor** mocninovej funkcie je množina  $D(f) = \mathbb{R}$ .

**Obor hodnôt** mocninovej funkcie je množina  $H(f) = \mathbb{R}$ .

**Vlastnosti:** Je rastúca, nie je zdola ani zhora ohraničená, nemá maximum ani minimum a je nepárna.

Príklad:  $y = x^3$ ,  $y = x^5$

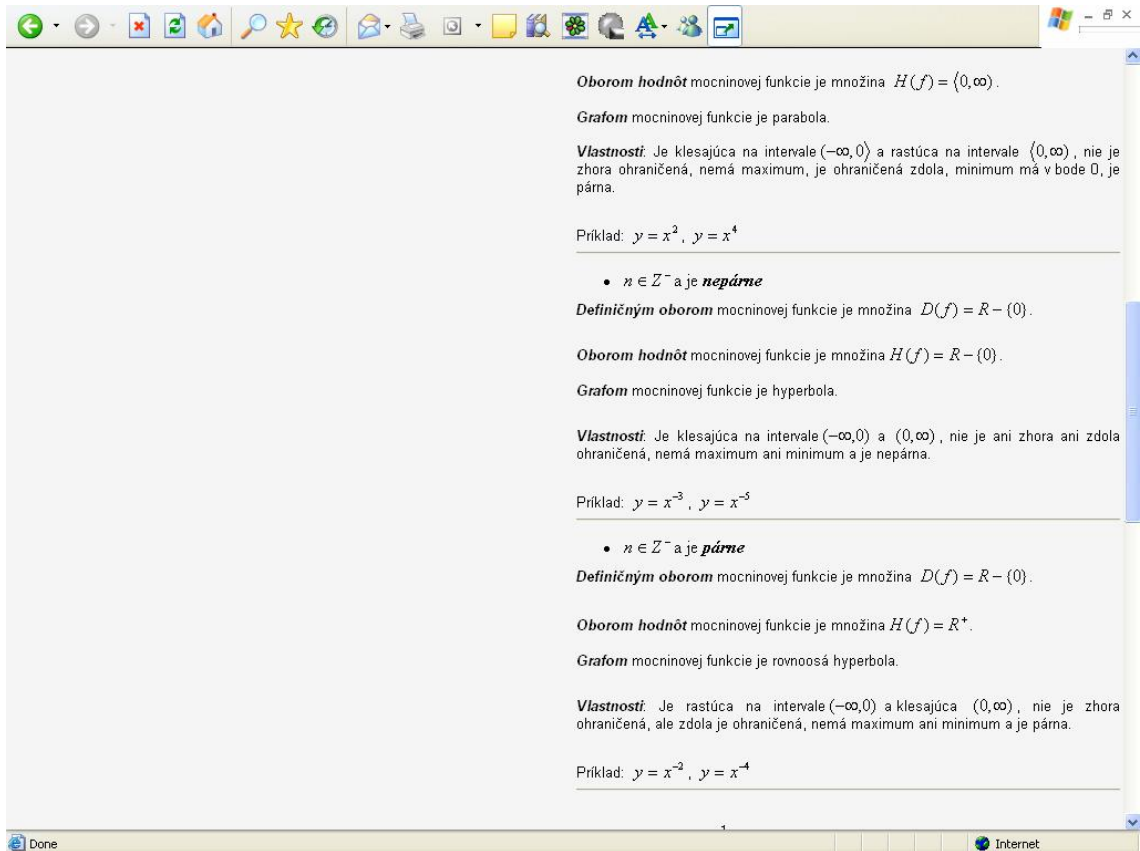
- $n \in \mathbb{N}$  a je **párne**

**Definičný obor** mocninovej funkcie je množina  $D(f) = \mathbb{R}$ .

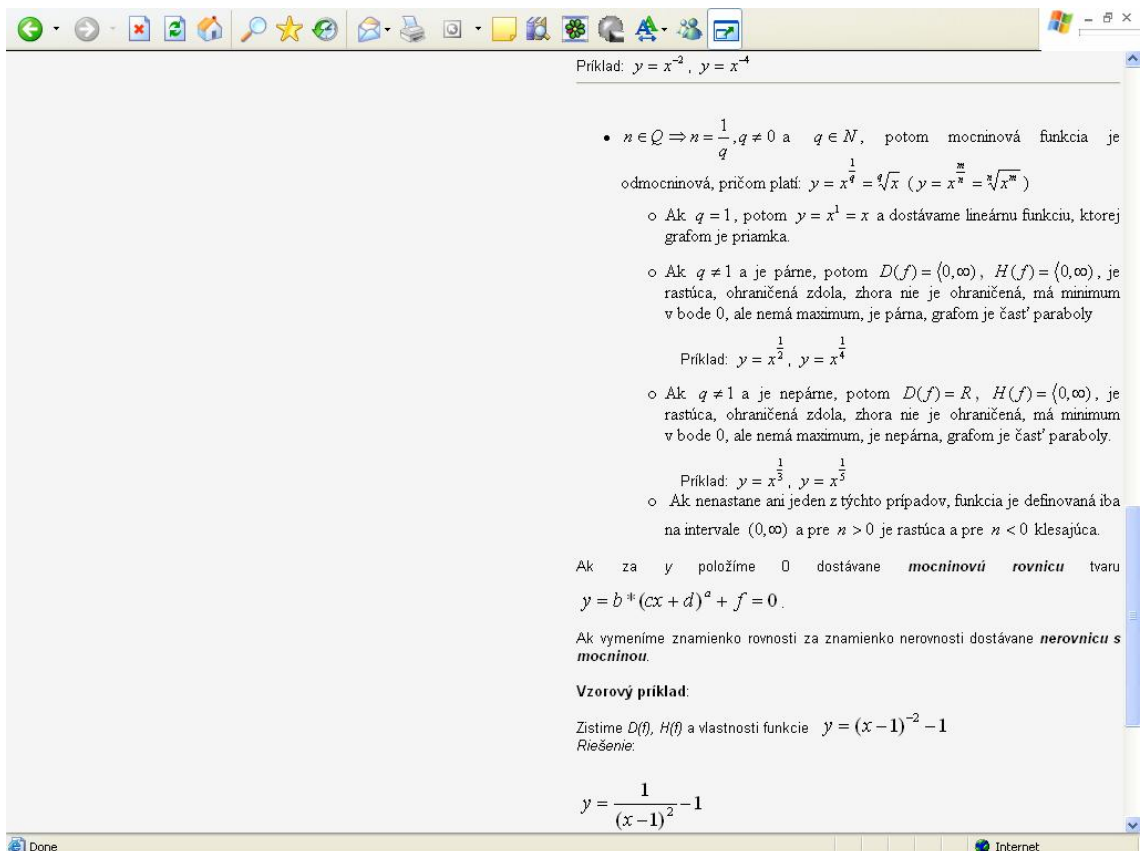
a = -2.00  
 b = 1.00  
 c = 0.00  
 d = 1.00  
 e = 0.00

$$y = 1.00(1.00x + 0.00)^{-2.00} + 0.00$$

Obrázok 32 „Matematické funkcie“ – Mocninová funkcia 1/4



Obrázok 33 „Matematické funkcie“ – Mocninová funkcia 2/4



Obrázok 34 „Matematické funkcie“ – Mocninová funkcia 3/4

o Ak  $q \neq 1$  a je nepárne, potom  $D(f) = \mathbb{R}$ ,  $H(f) = \langle 0, \infty \rangle$ , je rastúca, ohraničená zdola, zhora nie je ohraničená, má minimum v bode 0, ale nemá maximum, je nepárna, grafom je časť paraboly.

Príklad:  $y = x^{\frac{1}{3}}$ ,  $y = x^{\frac{1}{5}}$

o Ak nenastane ani jeden z týchto prípadov, funkcia je definovaná iba na intervale  $(0, \infty)$  a pre  $n > 0$  je rastúca a pre  $n < 0$  klesajúca.

Ak za  $y$  položíme 0 dostávame **mocninovú rovnicu** tvaru  $y = b \cdot (cx + d)^a + f = 0$ .

Ak vymeníme znamienko rovnosti za znamienko nerovnosti dostávame **nerovnicu s mocninou**.

**Vzorový príklad:**

Zistíme  $D(f)$ ,  $H(f)$  a vlastnosti funkcie  $y = (x-1)^{-2} - 1$

*Riešenie:*

$$y = \frac{1}{(x-1)^2} - 1$$

$-2 \in \mathbb{Z}^-$  a je párne, potom  $x-1 \neq 0 \Rightarrow x \neq 1$ , teda  $D(f) = \mathbb{R} - \{1\}$   
 $H(f) = \mathbb{R}^+$ , posunutá o 1 dole, teda  $H(f) = (-1, \infty)$ .

Je rastúca na intervale  $(-\infty, 1)$  a klesajúca  $(1, \infty)$ , nie je zhora ohraničená, ale zdola je ohraničená (priamka  $y = -1$ ), nemá maximum ani minimum a je párna.

[Neriešené príklady](#)

**Linky pre náročných frekventantov:**  
<http://sif.stuba.sk/~velichow/PREDNASKY/Prednaska4.xml>  
[http://www.gymzy.sk/~vyuka/informatika/word/matika\\_prklad\\_formatovania.pdf](http://www.gymzy.sk/~vyuka/informatika/word/matika_prklad_formatovania.pdf)  
<http://id.mind.net/~zona/mmts/functionInstitute/functionInstitute.html>

Obrázok 35 „Matematické funkcie“ – Mocninová funkcia 4/4

matematik matematik: Matematické funkcie

Strana: 2.4.1 Mocninová funkcia 1/n

Strana 16 z 48

### 2.4.1 Mocninová funkcia 1/n

**Učebný text:**  
 Funkcia  $y = x^{\frac{1}{n}}$ ,  $n \in \mathbb{N}$

**Definičným oborom** mocninovej funkcie je množina  $D(f) = \langle 0, \infty \rangle$ .

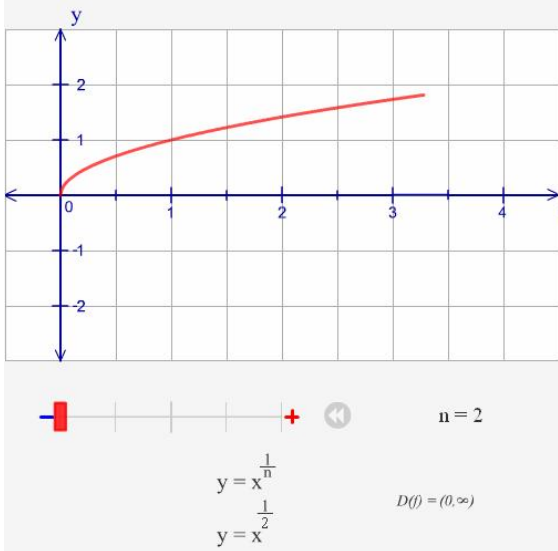
**Oborom hodnôt** mocninovej funkcie je množina  $H(f) = \langle 0, \infty \rangle$ .

Funkcia je rastúca na intervale  $\langle 0, \infty \rangle$ .

Je zdola ohraničená. Má ostré minimum v bode  $x = 0$ . Nemá maximum.

**Neriešené príklady**

**Linky pre náročných frekventantov:**  
<http://sif.stuba.sk/~velichow/PREDNASKY/Prednaska4.xml>  
[http://www.gymzy.sk/~vyuka/informatika/word/matika\\_prklad\\_formatovania.pdf](http://www.gymzy.sk/~vyuka/informatika/word/matika_prklad_formatovania.pdf)  
<http://id.mind.net/~zona/mmts/functionInstitute/functionInstitute.html>



$y = x^{\frac{1}{n}}$   
 $y = x^{\frac{1}{2}}$   
 $D(f) = (0, \infty)$

Obrázok 36 „Matematické funkcie“ – Mocninová funkcia 1/n



Class Server - 2.4.2 Mocninová funkcia - kalkulačka - Microsoft Internet Explorer

Address: http://www.virtual.ukf.sk/pf/Student/5102/P1045/Page.htm

matematik matematik: Matematické funkcie

Strana: 2.4.2 Mocninová funkcia - kalkulačka

### 2.4.2 Mocninová funkcia - kalkulačka

Zvoľte hodnotu A, B, C, D, E, X. Desatinné miesto oddelte bodkou /nie čiarkou/. A stlačte ENTER.

**Výpočet**

$$y = b \cdot (d \cdot x + c)^a + e$$

Zadaj a:   
 Zadaj b:   
 Zadaj c:   
 Zadaj d:   
 Zadaj e:   
 Zadaj x:

y =

Pre nový výpočet stlačte ENTER

**Příklad:**  
 Vypočítajte hodnotu funkcie f(x) v bodoch (-5, -2, 0, 2, 3):

$$f_1(x) = x^3 + 1$$

$$f_2(x) = (x + 1)^3$$

$$f_3(x) = x^{-2} + 3$$

$$f_4(x) = x^4 - 2$$

$$f_5(x) = (x - 1)^{-2}$$

$$f_6(x) = (x + 2)^{-3}$$

Obrázok 37 „Matematické funkcie“ – Mocninová funkcia - kalkulačka

Strana: 2.5 Racionálna funkcia - Lomená funkcia

### 2.5 Racionálna funkcia - lineárna lomená funkcia

**Ciel:** Frekventanti sa oboznámia so zápisom, definičným oborom, oborom hodnôt, grafom a vlastnosťami racionálnej funkcie.

**Kľúčové slová:** Polynomická funkcia, polynóm, stupeň polynómu, racionálna funkcia, vlastnosti a graf racionálnej funkcie, racionálna rovnica a racionálna nerovnica.

**Učebný text:**  
**Polynomickou funkciou** (alebo *celá racionálna funkcia*) nazývame každú funkciu, definovanú na množine reálnych čísel, ktorá má tvar  $y = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \dots + a_2 x^2 + a_1 x + a_0$ , kde  $a_k \in \mathbb{R}, k = 0, 1, \dots, n$ .  $a_k$  nazývame **koefficientmi** polynomickej funkcie.

Častý zápis:  $P(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \dots + a_2 x^2 + a_1 x + a_0$

**Stupeň** polynomickej funkcie (polynómu) určuje najväčší exponent premennej x, ktorý sa nachádza v polynóme.

**Graf** polynomickej funkcie závisí od stupňa, ak je stupeň 0 – priamka rovnobežná s osou y, ak je stupeň 1 – priamka, ak je stupeň 2 – parabola, ak je stupeň 3 – kubika.

**Racionálnou funkciou** (*racionálne lomená funkcia*) nazýva každú funkciu tvaru  $R(x) = \frac{P(x)}{Q(x)}$ , kde  $P(x)$  je polynóm,  $Q(x)$  nenulový polynóm definovaný pre všetky reálne čísla.

**Definičným oborom** racionálnej funkcie je množina  $D(f) = \mathbb{R} - \{Q(x) = 0\}$ .

$$y = \frac{a \cdot x + b}{c \cdot x + d}$$

$$y = \frac{4.00 x + 2.00}{2.00 x + 2.00} \quad D(f) = \mathbb{R} - \left\{ -\frac{d}{c} \right\}$$

a = 4.00  
 b = 2.00  
 c = 2.00  
 d = 2.00

Obrázok 38 „Matematické funkcie“ – Racionálna funkcia – Lomená funkcia 1/3

Príklad racionálnej funkcie:  $R(x) = \frac{x^2 - 2x + 3}{x - 2}$ ,  $x \neq 2$ ;  $R(x) = \frac{3}{x - 2}$ ,  $x \neq 2$

**Vlastnosti:**  
 Budeme sa zaoberať racionálnymi funkciami, ktoré sa skladajú z polynómov stupňa 1 – *Lineárne lomené funkcie*.

**Lineárne lomené funkcie** definované na množine reálnych čísel, kde  $Q(x) \neq 0$  majú tvar  $R(x) = \frac{P(x)}{Q(x)} = \frac{ax + b}{cx + d}$ ,  $x \neq -\frac{d}{c}$ .

**Definičným oborom** lineárnej lomenej funkcie je množina  $D(f) = \mathbb{R} - \{-\frac{d}{c}\}$ .

**Grafom** lineárnej lomenej funkcie je hyperbola.

**Horizontálna a vertikálna asymptota:**

Priamka  $x = -\frac{d}{c}$  je *vertikálna asymptota* pre graf funkcie  $R(x) = \frac{P(x)}{Q(x)} = \frac{ax + b}{cx + d}$ ,  $x \neq -\frac{d}{c}$  pre stúpu aj klesajúcu ak  $x$  sa približuje k  $-\frac{d}{c}$  sprava alebo zľava.

Symbolicky zapísané:  $R(x) \rightarrow \infty$ , ak  $x \rightarrow -\frac{d}{c}^+$  alebo  $R(x) \rightarrow -\infty$ , ak  $x \rightarrow -\frac{d}{c}^-$ .

Priamka  $y = \frac{a}{c}$  je *horizontálna asymptota* pre graf funkcie  $R(x) = \frac{P(x)}{Q(x)} = \frac{ax + b}{cx + d}$ ,  $x \neq -\frac{d}{c}$ , kde sa graf funkcie približuje konštante  $\frac{a}{c}$ , či  $x$  vzrastá alebo klesá.

[Viac informácií](#)

**Vzorový príklad:**  
 Zistíme  $D(f)$ , priesečníky s osami, horizontálnu a vertikálnu asymptotu funkcie

$$R(x) = \frac{x+1}{x-1}$$

Obrázok 39 „Matematické funkcie“ – Racionálna funkcia – Lomená funkcia 2/3

$$R(x) = \frac{x+1}{x-1}$$


**Riešenie:**  
 $D(x) \Rightarrow x - 1 \neq 0 \Rightarrow x \neq 1 \quad D(x) = \mathbb{R} - \{1\}$

**Priesečník s osou  $x$ :**  $R(x) = \frac{x+1}{x-1} = 0 \Rightarrow R(x) = 0 \Leftrightarrow x+1 = 0 \Leftrightarrow x = -1$ , je bod  $[-1, 0]$ .

**Priesečník s osou  $y$ :**  $R(x) = \frac{0+1}{0-1} = \frac{1}{-1} = -1$ , je bod  $[0, -1]$ .

**Vertikálna asymptota:**  $x = -\frac{-1}{1} = 1$

**Horizontálna asymptota:**  $y = \frac{1}{1} = 1$



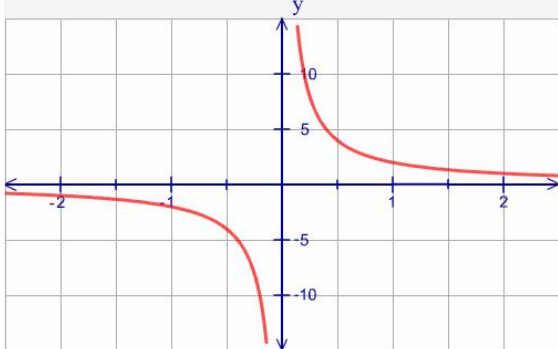
[Neriešené príklady](#)

**Linky pre náročných frekventantov:**  
<http://sif.stuba.sk/~velichow/PREDNASKY/Prednaska4.xml>  
<http://www.fpharm.uniba.sk/KFCHL/Pedagogika/Skriptá/>  
<http://oregonstate.edu/instruct/mth251/cq/FieldGuide/rational/lesson.html>

Pokračovanie na ďalšej strane

Obrázok 40 „Matematické funkcie“ – Racionálna funkcia – Lomená funkcia 3/3

2.5.1 Racionálna funkcia - nepriama úmernosť



**Učebný text:**  
 Špeciálnym prípadom lineárnej lomenej funkcie (koeficienty  $a, d = 0$ ) je **nepriama úmernosť**, ktorá je definovaná na množine  $\mathbb{R} - \{0\}$  a má tvar  $y = \frac{k}{x}$ , kde  $k \in \mathbb{R} - \{0\}$  a nazýva sa parameter.

**Definičným oborom** nepriamej úmernosti je množina  $\mathbb{R} - \{0\}$ .

**Oborom hodnôt** nepriamej úmernosti je množina  $\mathbb{R} - \{0\}$ .

**Grafom** nepriamej úmernosti je hyperbola.

**Vlastnosti:**  
 Ak  $k > 0$  je na celom svojom definičnom obore **klesajúca**, ak  $k < 0$  potom na celom svojom definičnom obore je **rastúca**. Nie je ohraničená ani zdola ani zhora. Nemá maximum ani minimum. Je nepárna.

**Neriešené príklady**

**Linky pre náročných frekvantov:**  
<http://sif.stuba.sk/~velichow/PREDNASKY/Prednaska4.xml>  
<http://www.fpharm.uniba.sk/KFCHL/Pedagogika/Skriptá/>  
<http://oregonstate.edu/instruct/mth251/cq/FieldGuide/rational/lesson.html>

$k = 2.00$   
 $b = 0.00$   
 $c = 0.00$

$$y = \frac{k}{x + b} + c$$

$$y = \frac{2.00}{x + 0.00} + 0.00$$

Obrázok 41 „Matematické funkcie“ – Racionálna funkcia – Nepriama úmernosť

2.5.2 Racionálna funkcia - kalkulačka

**Lineárne lomené funkcie** sú definované na množine reálnych čísel, kde  $Q(x) \neq 0$  a majú tvar  $R(x) = \frac{P(x)}{Q(x)} = \frac{ax+b}{cx+d}$ ,  $x \neq -\frac{d}{c}$ .

Zvoľte hodnotu A, B, C, D, X. Desatinné miesto oddelíte bodkou / nie čiarkou. A stlačte ENTER.

**Výpočet**

$$y = \frac{a \cdot x + b}{c \cdot x + d}$$

Zadaj a:   
 Zadaj b:   
 Zadaj c:   
 Zadaj d:   
 Zadaj x:   
 y =

Pre nový výpočet stlačte ENTER

**Príklad 1:**  
 Daná je funkcia  $f(x) = \frac{x-1}{x-2}$ .  
 Vypočítajte:  $f(x)$  pre  $x \in \{-5, -3, -1, 1, 2, 5\}$

**Príklad 2:**  
 Vypočítajte hodnotu funkcie v bode  $(-5, 4, 0, 3)$ .

a)  $f_1(x) = \frac{2x-3}{3x-1}$ ;      b)  $f_2(x) = \frac{6x-7}{4x-2}$ ;  
 c)  $f_3(x) = \frac{6x-4}{6-9x}$ ;      d)  $f_4(x) = \frac{2x+3}{x-1}$ ;  
 e)  $f_5(x) = \frac{-x+2}{3x-1}$ ;      f)  $f_6(x) = \frac{2x-4}{-x+2}$

Obrázok 42 „Matematické funkcie“ – Racionálna funkcia – kalkulačka

2.6 Exponenciálna funkcia

$y = b \cdot a^{c(x+d)} + f$

**Cieľ:** Frekventanti sa oboznámia so zápisom, definičným oborom, oborom hodnôt, grafom a vlastnosťami exponenciálnej funkcie.

**Kľúčové slová:** Exponenciálna funkcia, vlastnosti a graf exponenciálnej funkcie, exponenciálna rovnica a exponenciálna nerovnica.

**Motivačný príklad**

**Učebný text:**

**Exponenciálnou funkciou** nazývame každú funkciu definovanú na množine  $\mathbb{R}$  predpisom (rovniciou):  $y = a^x$ , kde  $a \in \mathbb{R}^+ - \{1\}$ .  
 $x$  je **exponent** a  $a$  je **základ**.

Častý zápis:  $f(x) = a^x$  kde  $a \in \mathbb{R}^+ - \{1\}$ .

**Definičným oborom** exponenciálnej funkcie je množina  $D(f) = \mathbb{R}$ .

**Oborom hodnôt** exponenciálnej funkcie je množina  $H(f) = (0, \infty)$ .

**Grafom** exponenciálnej funkcie je exponenciálna krivka, ktorej tvar závisí od základu  $a$ .

**Vlastnosti:**  
 Sklon grafu funkcie (krivky) určuje koeficient  $a$ , t.j.  
**Monotónnosť:** funkcia je **rastúca** ak  $a > 1$  a **klesajúca** ak  $0 < a < 1$ .  
 Funkcia je zdola ohraničená, ale nie je ohraničená zhora.  
 Nie je periodická a nemá ani minimum ani maximum.

**Priesečníky grafu exponenciálnej funkcie (krivky) s osou  $x$  - ovou a  $y$  - ovou:**  
 S osou  $y$ -ovou:  $f(0) = a^0 = 1$   
 S osou  $x$ -ovou má jediný priesečník a to v bode  **$B(0, 1)$** .  
 Priesečník s osou  $x$ -ovou nemá, krivka sa iba približuje k osi, teda os  $x$ -ová je

a = 4.00  
 b = 1.00  
 c = 1.00  
 d = -0.72  
 f = 1.60  
 $D(f) = \mathbb{R}$

$y = 1.00 \cdot 4.00^{[x + (-0.72)]} + 1.60$

Obrázok 43 „Matematické funkcie“ – Exponenciálna funkcia 1/2

**horizontálnou asymptotou** exponenciálnej funkcie.

Príkladom exponenciálnej funkcie je:  $f(x) = 4^x$ ,  $f(x) = 0,2^x$ . Sú to tzv. základné exponenciálne funkcie.

**Poznámka:**  
 Číslo  $e$  (Eulerovo číslo, ktoré má hodnotu 2,718...) sa často využíva ako základ v exponenciálnych funkciách. Funkcia  $f(x) = e^x$  má veľký význam napr. vo fyzike. Ak za  $f(x)$  položíme 0 dostávame **exponenciálnu rovnicu** tvaru  $b \cdot a^{c(x+d)} + f = 0$ . Ak vymeníme znamienko rovnosti za znamienko nerovnosti dostávame **exponenciálnu nerovnicu**.

**Viac info**

**Vzorový príklad:**  
 Majme funkciu  $f(x) = 3^{x+1} - 2$ . Zistíme  $D(f)$ ,  $H(f)$ , priesečníky so súradnicovými osami, a horizontálnu asymptotu grafu.  
 $D(f)$  je množina  $\mathbb{R}$ .

$H(f)$ : Funkcia  $3^x > 0$ , potom  $3 \cdot 3^x > 0 \Rightarrow 3^{x+1} > 0$ , odčítame -2 od oboch strán a dostávame  $3^{x+1} - 2 > -2 \Rightarrow f(x) > -2$ .

Teda  $H(f) \in (-2, \infty)$ .

**Horizontálna asymptota:** Ak by  $x$  klesalo, krivka by sa približovala priamke  $y = -2$ , ktorá je rovnobežná s osou  $x$ -ovou. Horizontálna asymptota je  $y = -2$ .

Priesečník s osou  $y$ :  $f(0) = 3^{0+1} - 2 = 3 - 2 = 1$  je bod  $[0, 1]$ .

Priesečník s osou  $x$ :  $0 = 3^{x+1} - 2 \Rightarrow 3^{x+1} = 2 \Rightarrow 3 \cdot 3^x = 2 \Rightarrow$

$$3^x = \frac{2}{3} \Rightarrow x = \log_3 \frac{2}{3}$$

**Neriešené príklady**

**Linky pre náročných frekventantov:**  
<http://www.gym.sk/~ondrej/index.htm>  
<http://www.fpharm.uniba.sk/KFCHL/Pedagogika/>  
<http://www.uccw.edu/courses/mat111hb/EandL/exp/exp.html>

Obrázok 44 „Matematické funkcie“ – Exponenciálna funkcia 2/2

http://www.virtual.ukf.sk - Class Server - 2.6.1 Exponenciálna funkcia - kalkulačka - Microsoft Internet Explorer

matematik matematik: Matematické funkcie

Strana: 2.6.1 Exponenciálna funkcia - kalkulačka

### 2.6.1 Exponenciálna funkcia - kalkulačka

Exponenciálna funkcia má tvar:

$$f(x) = b \cdot a^{c(x+d)} + f$$

Zvoľte hodnotu A, B, C, D, F, X. Desatinné miesto oddelíte bodkou /nie čiarkou/. A stlačte ENTER.

**Výpočet**

$y = b \cdot a^{c(x+d)} + f$

Zadaj a:   
 Zadaj b:   
 Zadaj c:   
 Zadaj d:   
 Zadaj f:   
 Zadaj x:

y =

Pre nový výpočet stlačte ENTER

**Priklad 1:**  
 V ktorom čísle pretína funkcia os y-ovú:  
 a)  $y = 0,4^x$   
 b)  $y = 4^x + 2$   
 c)  $y = 4^{x+1}$

**Priklad 2:**  
 Rozhodnite, ktoré z uvedených výrokov sú pravdivé:  
 a)  $0,47^4 > 1,47^{-4}$   
 b)  $-9,15^{-3,5} < 5^{-0,35}$   
 c)  $2,5^2 = 0,16^{-1}$

**Priklad 3:**  
 Vypočítajte hodnotu funkcie v bode (-5, 2, 0, 3):  
 a)  $f_1(x) = 3^x - 3$       b)  $f_2(x) = 3^{x+1}$

Obrázok 45 „Matematické funkcie“ – Exponenciálna funkcia - kalkulačka

Strana: 2.7 Logaritmická funkcia

### 2.7 Logaritmická funkcia

$y = b \cdot \log_a[c(x+d)] + f$        $D(f) = (0, \infty)$

**Ciel:** Frekvencianti sa oboznámia so zápisom, definičným oborom, oborom hodnôt, grafom a vlastnosťami logaritmickje funkcie.

**Kľúčové slová:** Logaritmická funkcia, vlastnosti a graf logaritmickje funkcie, logaritmická rovnica a logaritmická nerovnica.

**Učebný text:**

**Logaritmickou funkciou** nazývame každú funkciu danú predpisom (rovniciou)  $y = \log_a x$ , kde  $a \in \mathbb{R}^+ - \{1\}$ , a nazývame **základom** logaritmickje funkcie. Častý zápis:  $f(x) = \log_a x$ , kde  $a \in \mathbb{R}^+ - \{1\}$ .

Logaritmická funkcia je inverznou funkciou k exponenciálnej funkcii,  $y = \log_a x \Leftrightarrow x = a^y$ .

**Definičným oborom** logaritmickje funkcie je množina  $D(f) = (0, \infty)$ .

**Oborom hodnôt** logaritmickje funkcie je množina  $H(f) = \mathbb{R}$ .

**Grafom** logaritmickje funkcie je logaritmická krivka, ktorej tvar závisí od základu a.

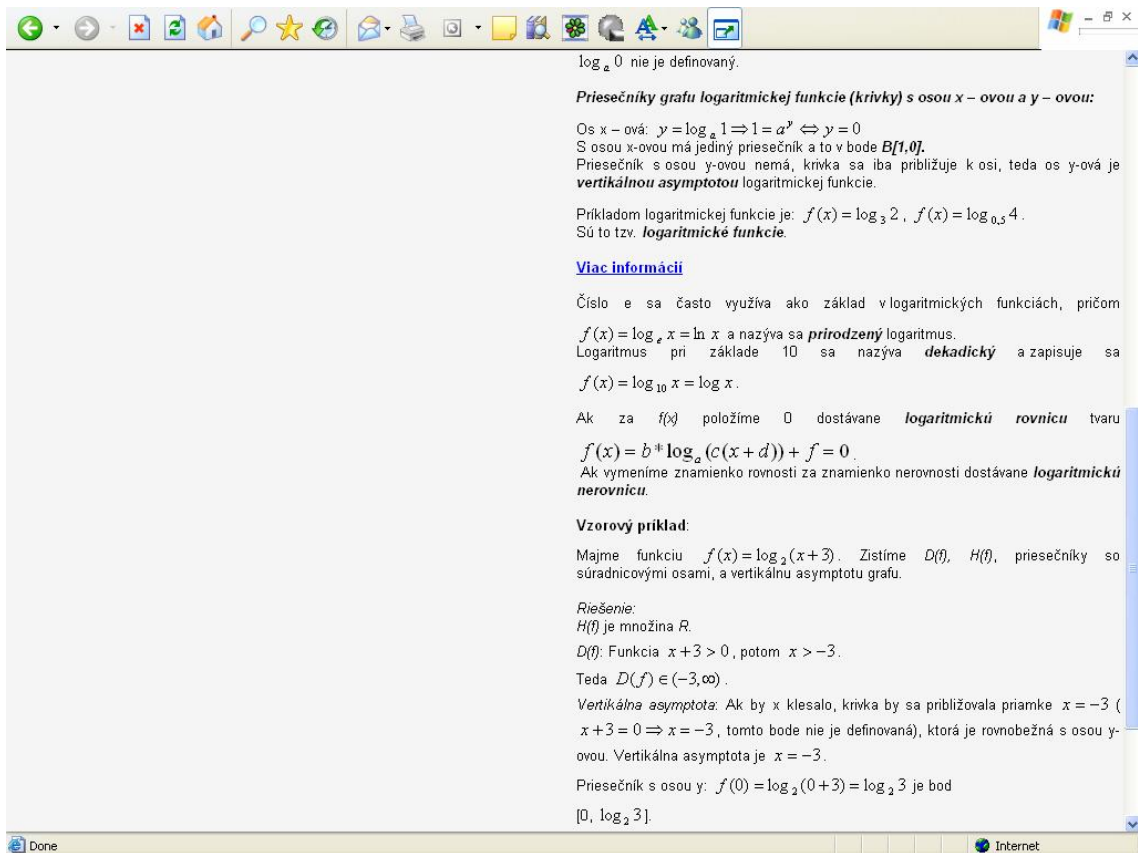
**Poznámka:** Keďže logaritmická funkcia je inverznou funkciou k exponenciálnej funkcii  $D(f)$  exponenciálnej je  $H(f)$  logaritmickje a  $H(f)$  exponenciálnej je  $D(f)$  logaritmickje funkcie.

**Vlastnosti:** Sklon grafu funkcie (krivky) určuje koeficient a, t.j. *Monotónnosť*: funkcia je *rastúca* ak  $a > 1$  a *klesajúca* ak  $0 < a < 1$ . Funkcia nie je zdola ani zhora ohraničená. Nie je periodická a nemá ani minimum ani maximum.

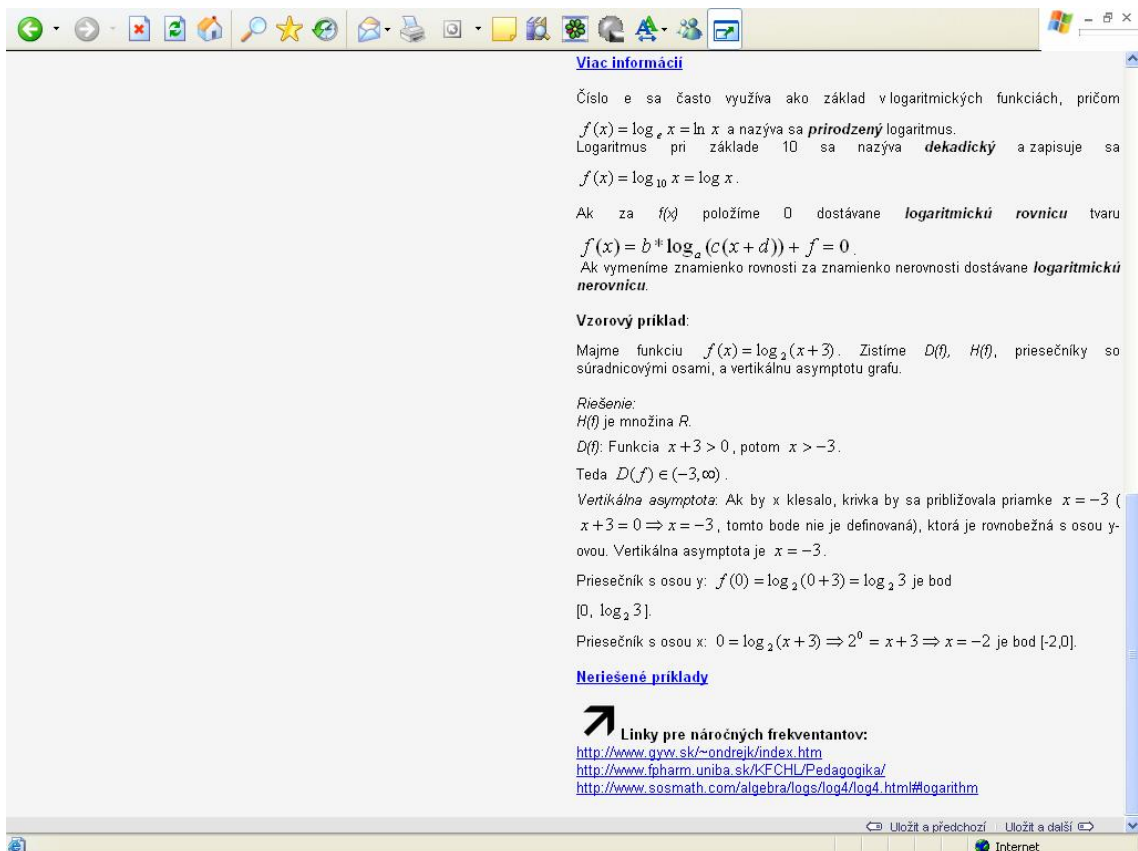
a = 2.00  
 b = 1.00  
 c = 1.00  
 d = 0.00  
 f = 0.00

$y = 1.00 \cdot \log_{2.00} [1.00(x + 0.00)] + 0.00$

Obrázok 46 „Matematické funkcie“ – Logaritmická funkcia 1/3



Obrázok 47 „Matematické funkcie“ – Logaritmická funkcia 2/3



Obrázok 48 „Matematické funkcie“ – Logaritmická funkcia 3/3

http://www.virtual.ukf.sk - Class Server - 2.7.1 Logaritmickej funkcia - kalkulačka - Microsoft Internet Explorer

File Edit View Favorites Tools Help

Address http://www.virtual.ukf.sk/pf/Student/5102/P1043/Page.htm

Strana: 2.7.1 Logaritmickej funkcia - kalkulačka

### 2.7.1 Logaritmickej funkcia - kalkulačka

Logaritmickej funkcia má tvar:

$$f(x) = b \cdot \log_a(c(x+d)) + f$$

$a > 0, c \cdot (x+d) > 0$

Zvoľte hodnotu A, B, C, D, F, X. Desatinné miesto oddelíte bodkou /nie čiarkou/. A stlačte ENTER.

**Výpočet**  $y = b \cdot \log_a[c \cdot (x + d)] + f$

Zadaj a

Zadaj b

Zadaj c

Zadaj d

Zadaj f

Zadaj x

y =

Pre nový výpočet stlačte ENTER

**Príklad 1:**  
Vypočítajte logaritmus funkcie v bode (1, 2, 3, 4):  
a)  $y = -1,15 \cdot \log_{1,15}(x+5) + 2$   
b)  $y = 5 - 3 \cdot \log_3(2-x)$

**Príklad 2:**  
Zistite pravdivosť tvrdení:  
a)  $\log_2 10 < \log_{0,2} 10$   
b)  $-2 \cdot \log_3 0,02 < 2 \cdot \log_3 2$   
c)  $\log_3 1,5 < \log_2 5$   
d)  $\log_{0,5} 2 = -\log_2 0,5$

Done Internet

Obrázok 49 „Matematické funkcie“ – Logaritmickej funkcia - kalkulačka


matematik matematik: Matematické funkcie


Tato škola Úkoly Odhlásiť se

Strana: 2.8 Goniometrické funkcie

Strana 25 z 48

### 2.8 Goniometrické funkcie

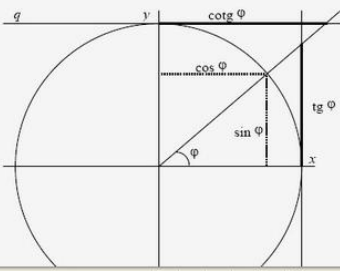
 **Ciel:** Frekventanti sa oboznámia s goniometrickými funkciami, ich zápismi, definičnými obormi, obormi hodnôt, grafmi a ich vlastnosťami.

 **Kľúčové slová:** Goniometrické funkcie, sinus, kosinus, tangens, kotangens, jednotková kružnica, radián, uhol.

Goniometrickými alebo trigonometrickými funkciami nazývame funkcie:

- $y = \sin x$  (sinus)
- $y = \cos x$  (kosinus)
- $y = \operatorname{tg} x$  (tangens)
- $y = \operatorname{cot} x$  (kotangens)

**Jednotková kružnica** je kružnica s polomerom 1 a dĺžka je  $2\pi$ .

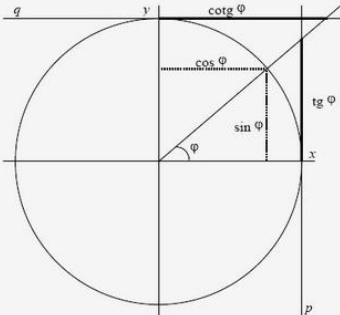


Done Internet

Obrázok 50 „Matematické funkcie“ – Goniometrické funkcie 1/2

$y = \operatorname{tg} x$  (tangens)  
 $y = \operatorname{cot} x$  (kotangens)

**Jednotková kružnica** je kružnica s polomerom 1 a dĺžka je  $2\pi$ .



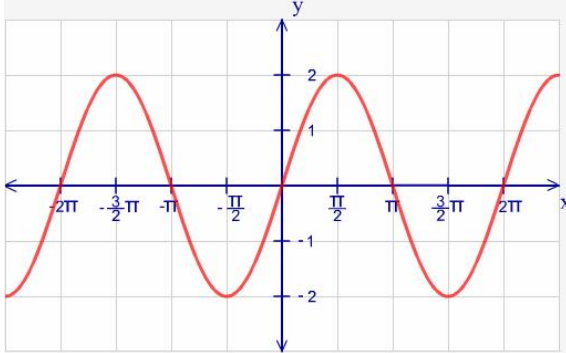
**1 radián:** Uhol XYZ má veľkosť 1 radián (1 rad) práve vtedy, keď sa dĺžka oblúka XZ rovná 1.  
**1 stupeň:** Uhol XYZ má veľkosť 1 stupeň (1°) práve vtedy, keď má oblúk XZ dĺžku  $\frac{2\pi}{360}$ .

Ak  $x$  je veľkosť uhla v oblúčovej miere a  $\alpha$  je veľkosť uhla v stupňovej miere, potom platí:  $\alpha = \frac{x \cdot 180}{\pi} \wedge x = \frac{\alpha \cdot \pi}{180}$ .  
 $1 \text{ rad} = 57^\circ 17' 45''$  (zaokrúhlené)

Nech  $x \in \mathbb{R}$ , potom každé  $x$  môžeme písať v tvare  $x = x_0 + k \cdot 2\pi$ , pričom  $x_0 \in (0, 2\pi)$ ,  $k \in \mathbb{Z}$ ,  $x_0 \in \mathbb{R}$

Obrázok 51 „Matematické funkcie“ – Goniometrické funkcie 2/2

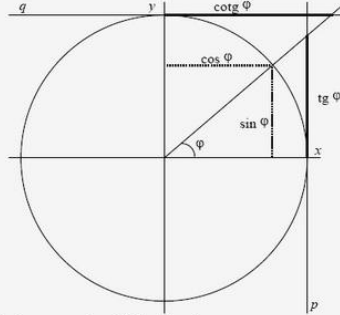
2.8.1 Funkcia sinus



**Ciel:** Frekventanti sa oboznámia so zápisom, definičným oborom, oborom hodnôt, grafom a vlastnosťami sinusovej funkcie.

**Kľúčové slová:** Funkcia sinus, vlastnosti a graf sinusovej funkcie, rovnica a nerovnica.

**Učebný text:**



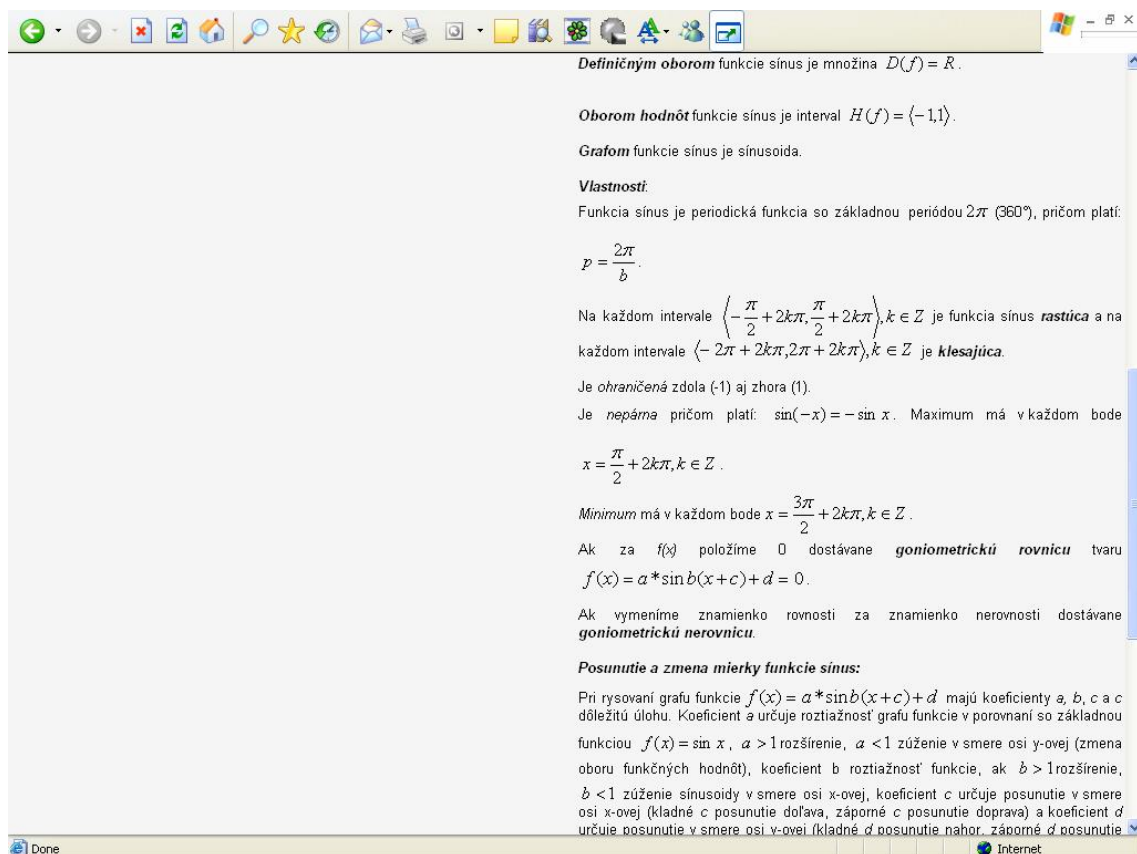
Nech  $M [x_M, y_M] = [\cos \varphi, \sin \varphi]$  (viď obrázok)  
 Sinus uhla  $\varphi$  je y-ová súradnica priesečníku sprievodiča tohto uhla s jednotkovou kružnicou.

**Funkciou sinus** nazývame funkciu, ktorá každému  $x$  na množine  $\mathbb{R}$  priradí  $y_M$ ,  $y = \sin x$   $\sin x: x \rightarrow y_M$ .  
 Častý zápis:  $f(x) = \sin x, x \in \mathbb{R}$

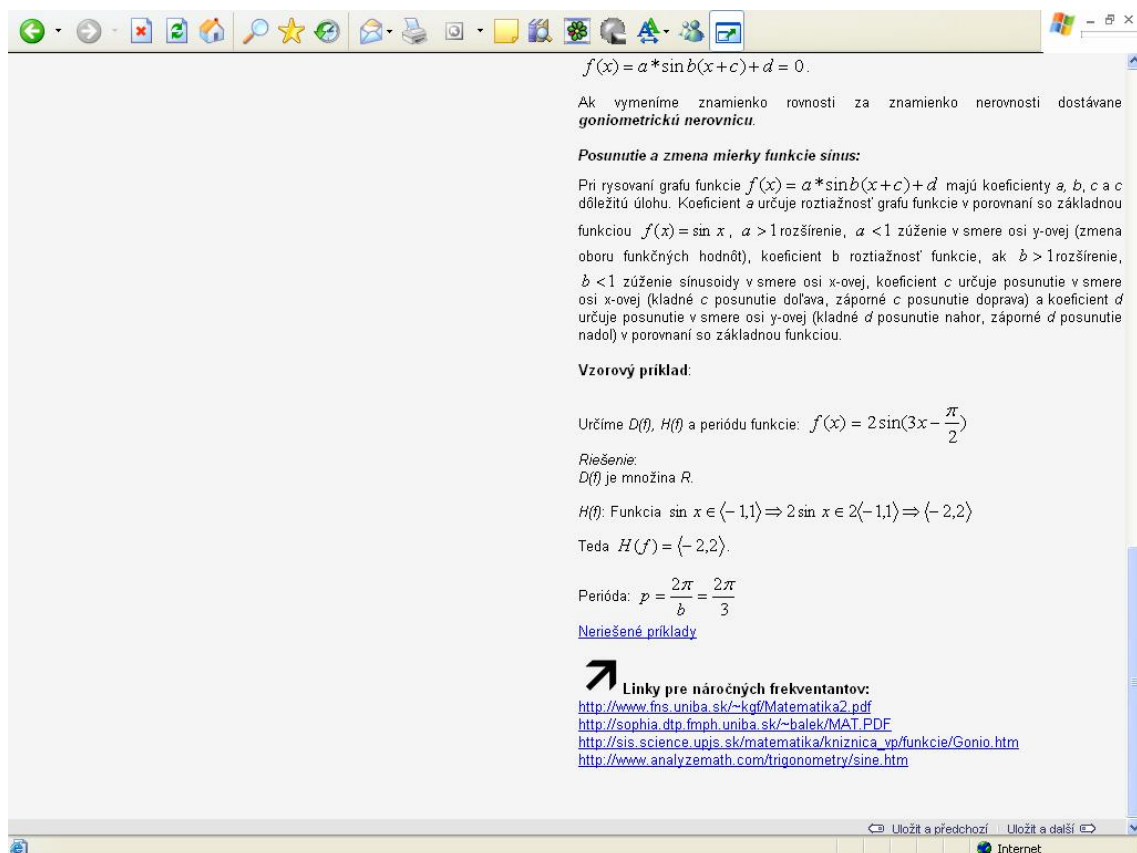
$y = a \cdot \sin[b \cdot x + c] + d$   $D(f) = \mathbb{R}$   
 $y = 2.00 \cdot \sin[1.00 \cdot x + 0.00] + 0.00$

Obrázok 52 „Matematické funkcie“ – Funkcia sinus 1/3





Obrázok 53 „Matematické funkcie“ – Funkcia sínus 2/3



Obrázok 54 „Matematické funkcie“ – Funkcia sínus 3/3

Class Server - 2.8.1.1 Funkcia sínus - kalkulačka - Microsoft Internet Explorer

Address: http://www.virtual.ukf.sk/pf/Student/5102/P1033/Page.htm

matematik matematik: Matematické funkcie

Strana: 2.8.1.1 Funkcia sínus - kalkulačka

### 2.8.1.1 Funkcia sínus - kalkulačka

**Výpočet**

$y = a * \sin[b*x+c]+d$

Zadaj a:   
 Zadaj b:   
 Zadaj c:   $\pi$   
 Zadaj d:   
 Zadaj x:   $\pi$

y =

Pre nový výpočet stlačte ENTER

**Příklad:**

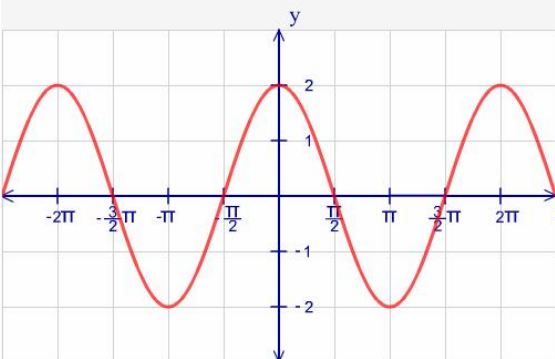
V krajných bodoch intervalu  $(-\pi, 3\pi)$  vypočítajte funkcie:

a)  $y = \sin 2x$   
 b)  $y = 3 \sin x$   
 c)  $y = \sin x - 1$   
 d)  $y = 3 \sin\left(2x - \frac{\pi}{4}\right)$   
 e)  $y = \sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right)$

Obrázok 55 „Matematické funkcie“ – Funkcia sínus - kalkulačka

Strana: 2.8.2 Funkcia kosínus

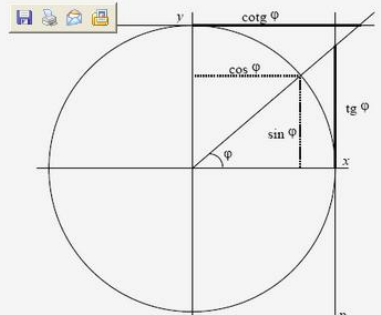
### 2.8.2 Funkcia kosínus



**Ciel':** Frekventanti sa oboznámia so zápisom, definičným oborom, oborom hodnôt, grafom a vlastnosťami kosínusovej funkcie.

**Kľúčové slová:** Funkcia kosínus, vlastnosti a graf kosínusovej funkcie, rovnica a nerovnica.

**Učebný text:**



Nech  $M [x_M, y_M] = [ \cos \varphi, \sin \varphi ]$  (viď obrázok)

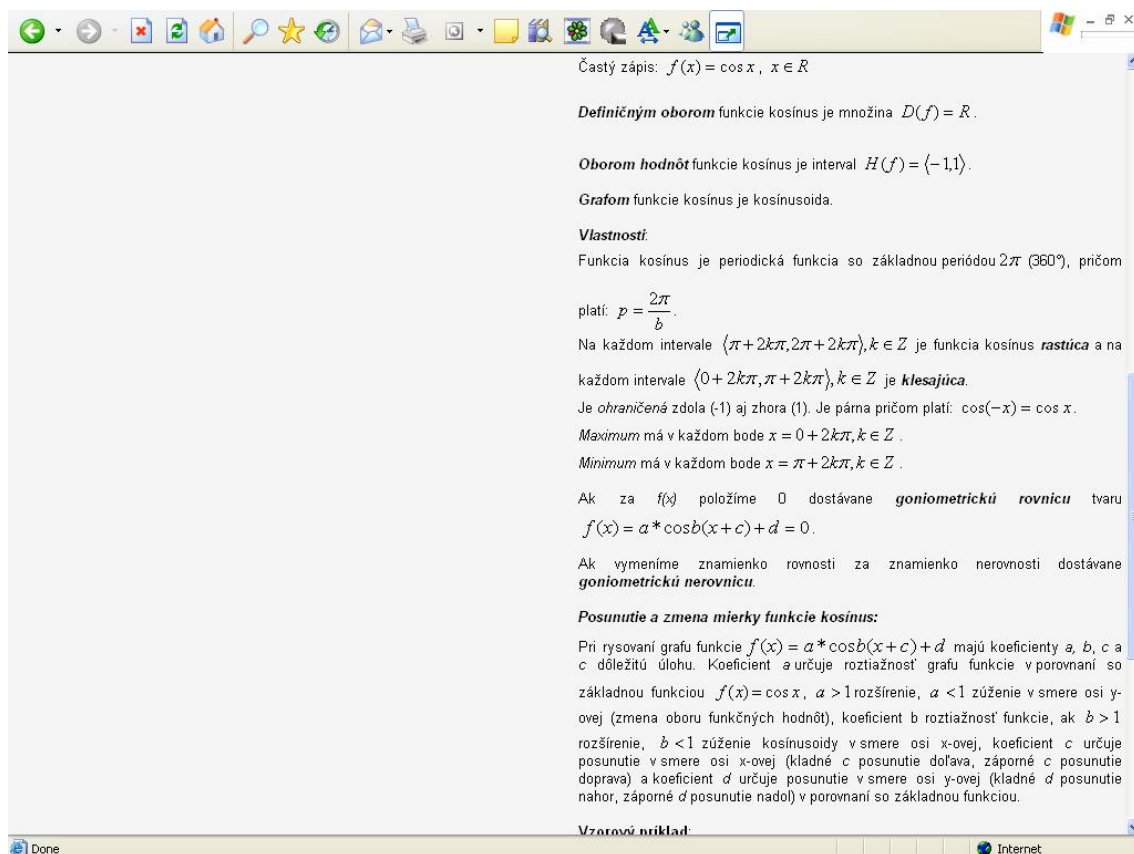
Kosínus uhla  $\varphi$  je x-ová súradnica priesečníku sprievodiča tohto uhla s jednotkovou kružnicou.

**Funkcia kosínus** nazývame funkciu, ktorá každému  $x$  na množine  $R$  priradí  $x_M$ .  $y = \cos x$   $\cos x: x \rightarrow x_M$ .

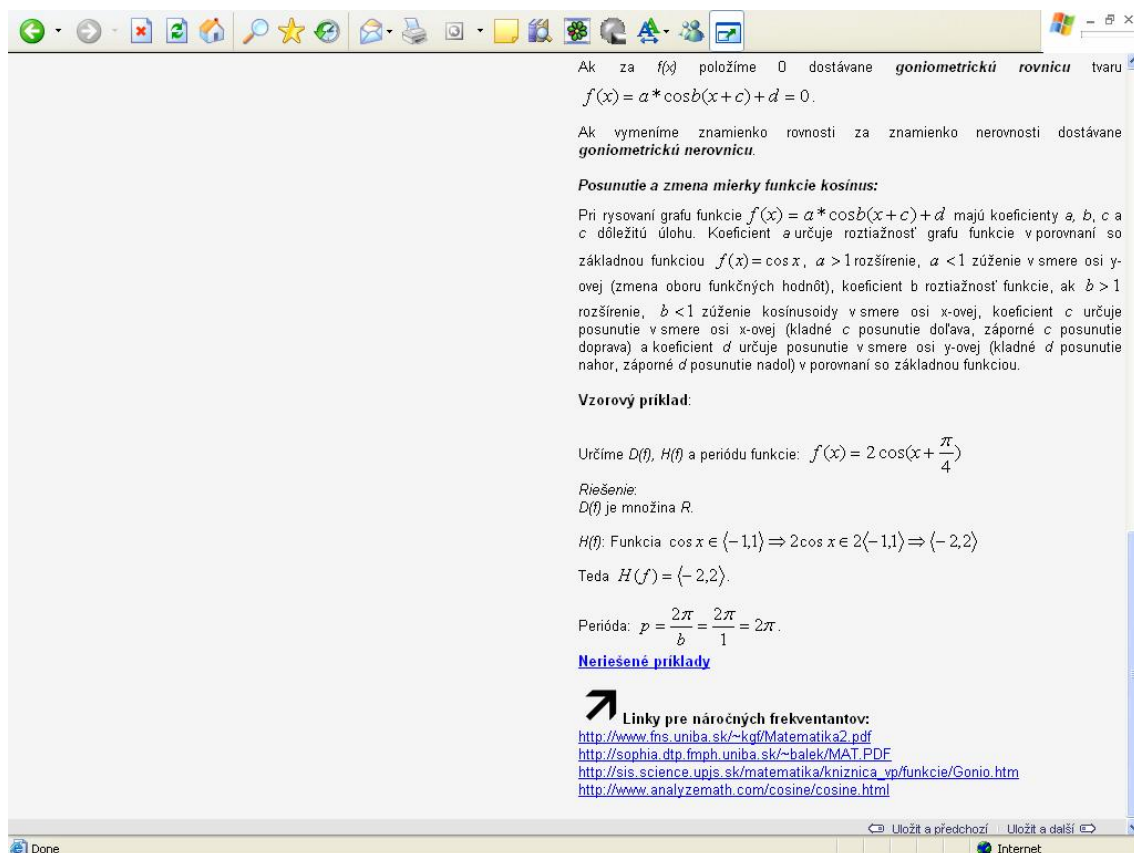
$y = a * \cos[b*x+c]+d$   $D(f) = R$

$y = 2.00 * \cos[1.00 * x + 0.00] + 0.00$

Obrázok 56 „Matematické funkcie“ – Funkcia kosínus 1/3



Obrázok 57 „Matematické funkcie“ – Funkcia kosinus 2/3



Obrázok 58 „Matematické funkcie“ – Funkcia kosinus 3/3

http://www.virtual.ukf.sk - Class Server - 2.8.2.1 Funkcia kosinus - kalkulačka - Microsoft Internet Explorer

matematik matematik: Matematické funkcie

Strana: 2.8.2.1 Funkcia kosinus - kalkulačka

### 2.8.2.1 Funkcia kosinus - kalkulačka

Zvoľte hodnotu A, B, C, D, X. Desatinné miesto oddelíte bodkou /nie čiarkou/. A stlačte ENTER.

**Výpočet**

$$y = a * \cos[b*x+c]+d$$

Zadaj a:   
 Zadaj b:   
 Zadaj c:  π  
 Zadaj d:   
 Zadaj x:  π

y =

Pre nový výpočet stlačte ENTER

**Príklad:**

Vypočítajte funkcie v bodoch  $x \left( -\pi, \frac{\pi}{2}, 2\pi \right)$ .

a)  $y = 2 \cos \left( x + \frac{\pi}{4} \right)$   
 b)  $y = \cos x - 3$   
 c)  $y = \cos \left( 2x + \frac{\pi}{2} \right) - 2$   
 d)  $y = -3 \cos(5x - 5)$

Obrázok 59 „Matematické funkcie“ – Funkcia kosinus - kalkulačka

Strana: 2.8.3 Funkcia tangens

### 2.8.3 Funkcia tangens

**Cieľ:** Frekvencianti sa oboznámia so zápisom, definičným oborom, oborom hodnôt, grafom a vlastnosťami funkcie tangens.

**Kľúčové slová:** Funkcia tangens, vlastnosti a graf funkcie tangens, rovnica a nerovnica.

**Učebný text:**

Nech  $N[x_N, y_N] = [\cotg \varphi, \operatorname{tg} \varphi]$  (viď obrázok)  
 Tangens uhla  $\varphi$  je  $y$ -ová súradnica priesečníku sprievodiča tohto uhla s dotyčnicou k jednotkovej kružnici zostrojenej v bode  $[1,0]$ .

**Funkciou tangens** nazývame funkciu, ktorá je daná predpisom (rovnícou)

$$y = a * \operatorname{tg}[b*x+c]+d \quad D(f) = R - \{(2k+1)\frac{\pi}{2}\}$$

$y = 1.00 * \operatorname{tg}[1.00 x + 0.00] + 0.00$

$y = \operatorname{tg} x = \frac{\sin x}{\cos x}$ , kde  $x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in Z$ .

Obrázok 60 „Matematické funkcie“ – Funkcia tangens 1/3

$y = a * \operatorname{tg}[b*x+c]+d$       $D(f) = R - \{(2k+1)\frac{\pi}{2}\}$      **Funkciou tangens** nazývame funkciu, ktorá je daná predpisom (rovnicou)

$y = 1.00 * \operatorname{tg}[1.00 x + 0.00] + 0.00$

$y = \operatorname{tg}x = \frac{\sin x}{\cos x}$ , kde  $x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in Z$ .

Častý zápis:  $f(x) = \operatorname{tg}x = \frac{\sin x}{\cos x}$ , kde  $x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in Z$ .

**Definičným oborom** funkcie tangens je množina  $D(f) = R - \{(2k+1)\frac{\pi}{2}, k \in Z\}$ .

**Oborom hodnôt** funkcie tangens je interval  $H(f) = R$ .

**Grafom** funkcie tangens je goniometrická krivka.

**Vlastnosti:**  
 Funkcia tangens je *periódická* funkcia so základnou periódou  $\pi$  (180°), pričom platí:

$p = \frac{\pi}{b}$ .

Na každom intervale  $(-\frac{\pi}{2} + k\pi, \frac{\pi}{2} + k\pi), k \in Z$  je funkcia tangens **rastúca** a nie je **klesajúca**.

Nie je **ohraničená** ani zdola ani zhora. Je **nepárna** pričom platí:  $\operatorname{tg}(-x) = -\operatorname{tg}x$ . Maximum ani minimum nemá.

Ak za  $f(x)$  položíme 0 dostávame **goniometrickú rovnicu** tvaru  $f(x) = a * \operatorname{tg}b(x+c) + d = 0$ .

Ak vymeníme znamienko rovnosti za znamienko nerovnosti dostávame **goniometrickú nerovnicu**.

**Posunutie a zmena miery funkcie tangens:**  
 Pri rýsovaní grafu funkcie  $f(x) = a * \operatorname{tg}b(x+c) + d$  majú koeficienty  $a, b, c$  a  $d$  dôležitú úlohu. Koeficient  $a$  určuje rozťažnosť grafu funkcie v porovnaní so základnou funkciou  $f(x) = \operatorname{tg}x$ ,  $a > 1$  rozšírenie,  $a < 1$  zúženie v smere osi y-ovej (zmena oboru funkčných hodnôt), koeficient  $b$  rozťažnosť funkcie, ak  $b > 1$  rozšírenie,  $b < 1$  zúženie krivky v smere osi x-ovej, koeficient  $c$  určuje posunutie v smere osi x-ovej (kladné  $c$  posunutie doľava, záporné  $c$  posunutie doprava) a koeficient  $d$  určuje posunutie v smere osi y-ovej (kladné  $d$  posunutie nahor, záporné  $d$  posunutie nadol) v porovnaní so základnou funkciou.

Obrázok 61 „Matematické funkcie“ – Funkcia tangens 2/3

$f(x) = a * \operatorname{tg}b(x+c) + d = 0$ .

Ak vymeníme znamienko rovnosti za znamienko nerovnosti dostávame **goniometrickú nerovnicu**.


**Posunutie a zmena miery funkcie tangens:**  
 Pri rýsovaní grafu funkcie  $f(x) = a * \operatorname{tg}b(x+c) + d$  majú koeficienty  $a, b, c$  a  $d$  dôležitú úlohu. Koeficient  $a$  určuje rozťažnosť grafu funkcie v porovnaní so základnou funkciou  $f(x) = \operatorname{tg}x$ ,  $a > 1$  rozšírenie,  $a < 1$  zúženie v smere osi y-ovej (zmena oboru funkčných hodnôt), koeficient  $b$  rozťažnosť funkcie, ak  $b > 1$  rozšírenie,  $b < 1$  zúženie krivky v smere osi x-ovej, koeficient  $c$  určuje posunutie v smere osi x-ovej (kladné  $c$  posunutie doľava, záporné  $c$  posunutie doprava) a koeficient  $d$  určuje posunutie v smere osi y-ovej (kladné  $d$  posunutie nahor, záporné  $d$  posunutie nadol) v porovnaní so základnou funkciou.

**Vzorový príklad:**  
 Určíme  $D(f)$ ,  $H(f)$  a periódu funkcie:  $f(x) = 2\operatorname{tg}(2x + \frac{\pi}{4})$   
 Riešenie:

$x \neq (2k+1)\frac{\pi}{2} \Rightarrow 2x + \frac{\pi}{4} \neq (2k+1)\frac{\pi}{2} \Rightarrow 2x \neq 2k + \frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{4} \Rightarrow$   
 $D(f)$  Funkcia  $2x \neq 2k + \frac{\pi}{4} \Rightarrow x \neq k + \frac{\pi}{8}$   
 Teda  $D(f) = R - (k + \frac{\pi}{8}, k \in Z)$ .  
 $H(f)$  je množina  $R$ .

Perióda:  $p = \frac{\pi}{b} = \frac{\pi}{2}$ .

[Neriešené príklady](#)

 **Linky pre náročných frekvantantov:**  
<http://www.gphmi.sk/pages/joinmm/funkcie/HTML/tangens.htm>  
[http://www.fem.uniag.sk/km/FUNKCIE\\_doc](http://www.fem.uniag.sk/km/FUNKCIE_doc)  
<http://www.analyzemath.com/Tangent/Tangent.html>

Obrázok 62 „Matematické funkcie“ – Funkcia tangens 3/3

http://www.virtual.ukf.sk - Class Server - 2.8.3.1 Funkcia tangens - kalkulačka - Microsoft Internet Explorer

matematik matematik: Matematické funkcie

Strana: 2.8.3.1 Funkcia tangens - kalkulačka

### 2.8.3.1 Funkcia tangens - kalkulačka

**Příklad:**

Zvoľte hodnotu A, B, C, D, X. Desatinné miesto oddelíte bodkou /nie čiarkou/. A stlačte ENTER.

Vypočítajte hodnotu funkcie v bode  $x\left(-\pi, \frac{\pi}{2}, 2\pi\right)$ .

**Výpočet**

$$y = a * \operatorname{tg}[b*x+c]+d$$

Zadaj a:   
 Zadaj b:   
 Zadaj c:  π  
 Zadaj d:   
 Zadaj x:  π

y =

Pre nový výpočet stlačte ENTER

a)  $y = -2\operatorname{tg}(1,2x + \pi)$   
 b)  $y = \operatorname{tg}\left(x + \frac{\pi}{5}\right)$   
 c)  $y = \frac{1}{2}\operatorname{tg}\left(\frac{1}{2}x - \frac{\pi}{4}\right)$   
 d)  $y = -0,3\operatorname{tg}\left(x + \frac{\pi}{10}\right)$

Obrázok 63 „Matematické funkcie“ – Funkcia tangens - kalkulačka

Strana: 2.8.4 Funkcia kotangens

### 2.8.4 Funkcia kotangens

**Ciel:** Frekventanti sa oboznámia so zápisom, definičným oborom, oborom hodnôt, grafom a vlastnosťami funkcie kotangens.

**Kľúčové slová:** Funkcia kotangens, vlastnosti a graf funkcie kotangens, rovnica a nerovnica.

**Učebný text:**

Nech  $N[x_N, y_N] = [\operatorname{cotg} \varphi, \operatorname{tg} \varphi]$  (viď obrázok)  
 Cotangens uhla  $\varphi$  je x-ová súradnica priesečníku sprievodiča tohto uhla s dotyčnicou k jednotkovej kružnici zostrojenej v bode  $[0,1]$ .

Funkciou **kotangens** nazývame funkciu, ktorá je daná predpisom (rovnicou)

$$y = \operatorname{cot} gx = \frac{\cos x}{\sin x}, \text{ kde } x \neq 0 + k\pi, k \in \mathbb{Z}.$$

$D(f) = \mathbb{R} - k\pi$

$y = a * \operatorname{cotg}[b*x+c]+d$   
 $y = 1.00 * \operatorname{cotg}[1.00 x + 0.00] + 0.00$

a = 1.00  
 b = 1.00  
 c = 0.00 π  
 d = 0.00

Obrázok 64 „Matematické funkcie“ – Funkcia kotangens 1/3

Častý zápis:  $f(x) = \cot gx = \frac{\cos x}{\sin x}$ , kde  $x \neq k\pi, k \in \mathbb{Z}$ .

**Definičným oborom** funkcie kotangens je množina  $D(f) = \mathbb{R} - (k\pi, k \in \mathbb{Z})$ .

**Oborom hodnôt** funkcie kotangens je interval  $H(f) = \mathbb{R}$ .

**Grafom** funkcie kotangens je goniometrická krivka.

**Vlastnosti:**  
Funkcia tangens je periodická funkcia so základnou periódou  $\pi$  (180°), pričom platí:

$$p = \frac{\pi}{b}$$

Na každom intervale  $(k\pi, \pi + k\pi), k \in \mathbb{Z}, k \in \mathbb{Z}$  je funkcia kotangens **klesajúca** a nie je **rastúca**.  
Nie je **ohraničená** ani zdola ani zhora.  
Je **nepárna** pričom platí:  $\cot g(-x) = -\cot gx$ .  
Maximum ani minimum nemá.

Ak za  $f(x)$  položíme 0 dostávame **goniometrickú rovnicu** tvaru  
 $f(x) = a \cdot \cot gb(x+c) + d = 0$ .  
Ak vymeníme znamienko rovnosti za znamienko nerovnosti dostávame **goniometrickú nerovnicu**.

**Posunutie a zmena miery funkcie kotangens:**  
Pri rysovaní grafu funkcie  $f(x) = a \cdot \cot gb(x+c) + d$  majú koeficienty  $a, b, c$  a  $d$  dôležitú úlohu. Koeficient  $a$  určuje rozťažnosť grafu funkcie v porovnaní so základnou funkciou  $f(x) = \cot gx$ ,  $a > 1$  rozšírenie,  $a < 1$  zúženie v smere osi y-ovej (zmena oboru funkčných hodnôt), koeficient  $b$  rozťažnosť funkcie, ak  $b > 1$  rozšírenie,  $b < 1$  zúženie krivky v smere osi x-ovej, koeficient  $c$  určuje posunutie v smere osi x-ovej (kladné  $c$  posunutie doľava, záporné  $c$  posunutie doprava) a koeficient  $d$  určuje posunutie v smere osi y-ovej (kladné  $d$  posunutie nahor, záporné  $d$  posunutie nadol) v porovnaní so základnou funkciou.

**Vzorový príklad:**  
Určíme  $D(f), H(f)$  a periódu funkcie:  $f(x) = 2 \cot g(2x + \frac{\pi}{4})$

Obrázok 65 „Matematické funkcie“ – Funkcia kotangens 2/3

Ak za  $f(x)$  položíme 0 dostávame **goniometrickú rovnicu** tvaru  
 $f(x) = a \cdot \cot gb(x+c) + d = 0$ .  
Ak vymeníme znamienko rovnosti za znamienko nerovnosti dostávame **goniometrickú nerovnicu**.

**Posunutie a zmena miery funkcie kotangens:**  
Pri rysovaní grafu funkcie  $f(x) = a \cdot \cot gb(x+c) + d$  majú koeficienty  $a, b, c$  a  $d$  dôležitú úlohu. Koeficient  $a$  určuje rozťažnosť grafu funkcie v porovnaní so základnou funkciou  $f(x) = \cot gx$ ,  $a > 1$  rozšírenie,  $a < 1$  zúženie v smere osi y-ovej (zmena oboru funkčných hodnôt), koeficient  $b$  rozťažnosť funkcie, ak  $b > 1$  rozšírenie,  $b < 1$  zúženie krivky v smere osi x-ovej, koeficient  $c$  určuje posunutie v smere osi x-ovej (kladné  $c$  posunutie doľava, záporné  $c$  posunutie doprava) a koeficient  $d$  určuje posunutie v smere osi y-ovej (kladné  $d$  posunutie nahor, záporné  $d$  posunutie nadol) v porovnaní so základnou funkciou.

**Vzorový príklad:**  
Určíme  $D(f), H(f)$  a periódu funkcie:  $f(x) = 2 \cot g(2x + \frac{\pi}{4})$

**Riešenie:**

$$D(f) \text{ Funkcia } x \neq (k\pi \Rightarrow 2x + \frac{\pi}{4} \neq k\pi \Rightarrow 2x \neq k\pi - \frac{\pi}{4} \Rightarrow x \neq \frac{k\pi}{2} - \frac{\pi}{8}$$

Teda  $D(f) = \mathbb{R} - (\frac{k\pi}{2} - \frac{\pi}{8}, k \in \mathbb{Z})$ .  
 $H(f)$  je množina  $\mathbb{R}$ .

Perióda:  $p = \frac{\pi}{b} = \frac{\pi}{2}$ .

**Neriešené príklady**

**Linky pre náročných frekvantov:**  
<http://www.gphmi.sk/pages/joinmm/funkcie/HTML/tangens.htm>  
<http://www.fem.uniag.sk/km/FUNKCIE.doc>  
<http://oregonstate.edu/instruct/mth251/cg/FieldGuide/trigonometric/lesson.html>

Obrázok 66 „Matematické funkcie“ – Funkcia kotangens 3/3

http://www.virtual.ukf.sk - Class Server - 2.8.4.1 Funkcia kotangens - kalkulačka - Microsoft Internet Explorer

matematik matematik: Matematické funkcie

Strana: 2.8.4.1 Funkcia kotangens - kalkulačka

### 2.8.4.1 Funkcia kotangens - kalkulačka

**Příklad:**

Vypočítajte hodnotu funkcie  $x\left(-\pi, \frac{\pi}{2}, 2\pi\right)$ .

Zvoľte hodnotu A, B, C, D, X. Desatinné miesto oddelíte bodkou /nie čiarkou/. A stlačte ENTER.

**Výpočet**

$y = a \cdot \cotg[b \cdot x + c] + d$

Zadaj a:

Zadaj b:

Zadaj c:  π

Zadaj d:

Zadaj x:  π

y =

Pre nový výpočet stlačte ENTER

a)  $y = -\cotg(2x - \pi)$

b)  $y = \cotg\left(-1,3x + \frac{\pi}{2}\right)$

c)  $y = \frac{1}{2}\cotg\left(\frac{1}{4}x - \frac{\pi}{10}\right)$

d)  $y = -0,9\cotg\left(3x + \frac{\pi}{4}\right)$

Obrázok 67 „Matematické funkcie“ – Funkcia kotangens - kalkulačka

Strana: 2.9 Absolútna hodnota

### 2.9 Absolútna hodnota

**Ciel:** Frekvencianti sa oboznámia so zápisom, definičným oborom, oborom hodnôt, grafom a vlastnosťami absolútnej hodnoty.

**Kľúčové slová:** absolútna hodnota, vlastnosti a graf absolútnej hodnoty, rovnica s absolútnou hodnotou, nerovnica s absolútnou hodnotou.

**Učebný text:**

**Absolútnou hodnotou** reálneho čísla  $a$  nazývame číslo  $|a|$ , pre ktoré platí:

- $a \geq 0 \Rightarrow |a| = a$
- $a < 0 \Rightarrow |a| = -a$

**Geometrický význam absolútnej hodnoty:**

Číslo  $|a|$  udáva vzdialenosť obrazu čísla  $a$  od obrazu čísla 0 (začiatok číselnej osi) na číselnej osi.

Absolútna hodnota rozdielu dvoch reálnych čísel je vzdialenosť medzi nimi.

$|x - a| = x - a \Leftrightarrow x \geq a$

$|x - a| = -(x - a) \Leftrightarrow x < a$

Absolútna hodnota má nasledujúce vlastnosti:

- $|a| \geq 0$
- $|a| = \max\{-a, a\}$

$a = 2.00$   
 $b = -1.00$   
 $c = -4.00$   
 $d = 2.00$

$y = d \cdot |a \cdot x + b| + c$   $D(f) = R$   
 $y = 2.00 \cdot |2.00x + (-1.00)| + (-4.00)$

Obrázok 68 „Matematické funkcie“ – Absolútna hodnota 1/3



3.  $|a| = |-a|$

4.  $|a| = \sqrt{a^2}$

5.  $|ab| = |a| \cdot |b|$

6.  $|a^n| = |a|^n$

7.  $\left|\frac{a}{b}\right| = \frac{|a|}{|b|}, b \neq 0$

8.  $|a + b| \leq |a| + |b|$

9.  $|a - b| \geq ||a| - |b||$

10.  $|a| \leq b \Leftrightarrow -b \leq a \leq b$

11.  $|a| \geq b \Leftrightarrow a \leq -b \vee b \leq a$

**Absolútna hodnota funkcie:**  
 Ak máme definovanú funkciu  $f(x)$  na množine  $M$ , potom funkciu  $h(x)$  definovanú na tej istej množine nazývame absolútnou hodnotou funkcie  $f(x)$ , ak platí:  $h(x) = |f(x)|$ .

**Definičným oborom** je množina  $M$  (ten istý ako pre  $f(x)$ ),  $D(h) = D(f) = M$ .

Obor hodnôt je množina  $\mathbb{R}^+ = \langle 0, \infty \rangle$ .

Obrázok 69 „Matematické funkcie“ – Absolútna hodnota 2/3

**Obor hodnôt** je množina  $\mathbb{R}^+ = \langle 0, \infty \rangle$ .

**Graf** funkcie s absolútnou hodnotou sa nachádza nad osou  $x$ -ovou.  
 Ak za  $h(x)$  položíme 0 dostávame **rovnicu s absolútnou hodnotou** tvaru

$$f(x) = b \cdot |c(x^2 + d)| + f = 0$$

Ak vymeníme znamienko rovnosti za znamienko nerovnosti dostávame **nerovnicu s absolútnou hodnotou**.

**Vzorový príklad:**

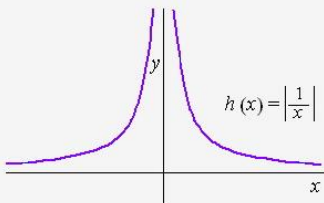
Majme funkciu  $h(x) = \frac{1}{|x|}$ , určíme  $D(h)$ ,  $H(h)$  a vlastnosti.

**Riešenie:**

$D(h)$ : určíme z funkcie  $\frac{1}{x} \Rightarrow x \neq 0$ , teda  $D(h) = \mathbb{R} - \{0\}$ .

$H(h)$ :  $\mathbb{R}^+ = \langle 0, \infty \rangle$ .

Na intervale  $(-\infty, 0)$  je klesajúca a na intervale  $\langle 0, \infty \rangle$  je rastúca, zhora nie je ohraničená, nemá maximum, zdola je ohraničená, v bode 0 má minimum a nie je periodická.



**Neriešené príklady**

↗ **Linky pre náročných frekventantov:**  
<http://sif.stuba.sk/~velichow/PREDNASKY/Prednaska3.xml>  
[http://kekule.science.upjs.sk/matematika/kniznica\\_vp/rovnice2V/srov.htm](http://kekule.science.upjs.sk/matematika/kniznica_vp/rovnice2V/srov.htm)  
[http://www.analyzemath.com/Absolute\\_Value\\_Function/](http://www.analyzemath.com/Absolute_Value_Function/)

Obrázok 70 „Matematické funkcie“ – Absolútna hodnota 3/3

http://www.virtual.ukf.sk - Class Server - 2.9.1 Absolútna hodnota - kalkulačka - Microsoft Internet Explorer

matematik matematik: Matematické funkcie

Strana: 2.9.1 Absolútna hodnota - kalkulačka

### 2.9.1 Absolútna hodnota - kalkulačka

**Příklad:**  
Vypočítajte absolútne funkcie v bodoch  $x(-5, 0, -2, -8, 11, 3)$ :

Zvoľte hodnotu A, B, C, D, X. Desatinné miesto oddelíte bodkou /nie čiarkou/. A stlačte ENTER.

**Výpočet**

$$y = d \cdot |a \cdot x + b| + c$$

Zadaj a:   
 Zadaj b:   
 Zadaj c:   
 Zadaj d:   
 Zadaj x:

y =

Pre nový výpočet stlačte ENTER

a)  $y = -3 \cdot |x + 3| - 3$   
 b)  $y + 2 = |x + 2,54|$   
 c)  $y - |x - 15| + 8 = 0$   
 d)  $2y + 4 = -4|x + 5|$

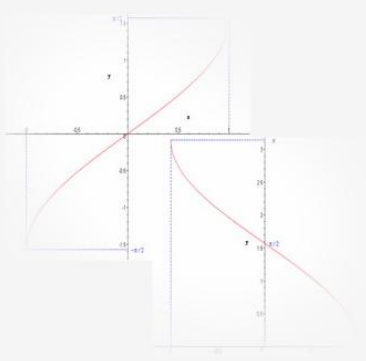
Obrázok 71 „Matematické funkcie“ – Absolútna hodnota - kalkulačka

Class Server - 2.10 Cyklometrické funkcie - Microsoft Internet Explorer

matematik matematik: Matematické funkcie

Strana: 2.10 Cyklometrické funkcie

### 2.10 Cyklometrické funkcie



**Ciel:** Frekventanti sa oboznámia so zápisom, definičným oborom, oborom hodnôt, grafom a vlastnosťami cyklometrických funkcií.

**Kľúčové slová:** Arkussínus, arkuskosínus, arkustangens, arkuskotangens.

**Učebný text:**  
Keďže funkcie sínus, kosínus, tangens a kotangens sú periodické, nie sú prosté a preto nemajú inverznú funkciu. Každá z nich je však v istom maximálnom intervale prostá a preto má v ňom inverznú funkciu. Tieto inverzné funkcie sa volajú **cyklometrické funkcie**.

Cyklometrickými funkciami nazývame funkcie:

- $y = \arcsin x$  (arkussínus)
- $y = \arccos x$  (arkuskosínus)
- $y = \arctgx$  (arkustangens)
- $y = \text{arc cot } gx$  (arkuskotangens)

Sú to inverzné funkcie ku goniometrickým funkciám na intervaloch, ktorých sú goniometrické funkcie prosté.

Obrázok 72 „Matematické funkcie“ – Cyklometrické funkcie

matematik matematik: Matematické funkcie

Strana: 2.10.1 Funkcia arkussinus

Strana 37 z 48

### 2.10.1 Funkcia arkussinus

**Ciel:** Frekventanti sa oboznámia so zápisom, definičným oborom, oborom hodnôt, grafom a vlastnosťami funkcie arkussinus.

**Kľúčové slová:** Funkcia arkussinus, vlastnosti a graf funkcie arkussinus.

**Učebný text:**  
 Funkcia  $\sin x$  je definovaná na množine  $\mathbb{R}$ , ale nie je monotónna na celom  $D(f)$ . Ak zúžime definičný obor na interval  $\left(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right)$ , na ktorom je funkcia rastúca, teda existuje k nej inverzná funkcia. Inverznú funkciu k funkcii  $\sin x$ , kde  $x \in \left(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right)$ , nazývame **arkussinus**,  $y = \arcsin x$

Platí:  $y = \arcsin x \Leftrightarrow x = \sin y, x \in (-1, 1), y \in \left(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right)$ .

Častý zápis:  $f(x) = \arcsin x, x \in (-1, 1)$ .

**Definičný obor** funkcie arkussinus je množina  $D(f) = (-1, 1)$ .

**Obor hodnôt** funkcie arkussinus je interval  $H(f) = \left(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right)$ .

**Grafom** funkcie arkussinus je súmerný s grafom funkcie  $y = \sin x$  podľa priamky  $y = x$ .

**Vlastnosti:**

Done

Obrázok 73 „Matematické funkcie“ – Funkcia arkussinus 1/2

na ktorom je funkcia rastúca, teda existuje k nej inverzná funkcia. Inverznú funkciu k funkcii  $\sin x$ , kde  $x \in \left(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right)$ , nazývame **arkussinus**,  $y = \arcsin x$

Platí:  $y = \arcsin x \Leftrightarrow x = \sin y, x \in (-1, 1), y \in \left(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right)$ .

Častý zápis:  $f(x) = \arcsin x, x \in (-1, 1)$ .

**Definičný obor** funkcie arkussinus je množina  $D(f) = (-1, 1)$ .

**Obor hodnôt** funkcie arkussinus je interval  $H(f) = \left(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right)$ .

**Grafom** funkcie arkussinus je súmerný s grafom funkcie  $y = \sin x$  podľa priamky  $y = x$ .

**Vlastnosti:**

Funkcia arkussinus je na intervale  $(-1, 1)$  **rastúca**.  
 Nie je **ohraničená** ani zdola ani zhora, ale je ohraničená zľava a sprava.  
 Nemá maximum ani minimum.  
 Nie je **periodická**.  
 Je **prostá**.

**Posunutie a zmena miery funkcie arkussinus:**

Pri rýsovaní grafu funkcie  $f(x) = a * \arcsin b * x + c$  majú koeficienty  $a, b, c$  dôležitú úlohu. Čím je  $a$  ďalej od nuly, tým je funkcia „roztiahnutejšia“ v zvislom smere. Dve konštanty  $a$ , ktoré majú rovnakú absolútnu hodnotu, ale líšia sa znamienkom, vytvoria funkcie symetrické podľa osi  $x$ . Kladné (záporné)  $c$  posúva funkciu nahor (nadol). Pre vyššie konštanty  $b$  je funkcia „sručenejšia“ vo vodorovnom smere, pre nižšie hodnoty „roztiahnutejšia“.

**Linky pre náročných frekventantov:**  
<http://www.fns.uniba.sk/~kgf/Matematika2.pdf>  
<http://www.fem.uniag.sk/Martina.Majorova/Funkcie/Funkcie.ppt>

Uložiť a predchovať Uložiť a ďalší

Done

Obrázok 74 „Matematické funkcie“ – Funkcia arkussinus 2/2

http://www.virtual.ukf.sk - Class Server - 2.10.1.1 Funkcia arkussinus - kalkulačka - Microsoft Internet Explorer

matematik matematik: Matematické funkcie

Strana: 2.10.1.1 Funkcia arkussinus - kalkulačka

### 2.10.1.1 Funkcia arkussinus - kalkulačka

Zvoľte hodnotu A, B, X. Desatinné miesto oddelíte bodkou/nie čiarkou!. A stlačte ENTER.

**Výpočet**

$$y = a * \arcsin [b * x]$$

Zadaj a:

Zadaj b:

Zadaj x:

y =  π

Pre nový výpočet stlačte ENTER

**Příklad:**

Vypočítajte hodnotu funkcie v bode x(-0,5; 0; 0,5):

a)  $y = 2 \arcsin(2x)$ ,

b)  $y = -\arcsin\left(\frac{1}{2}x\right)$ ,

c)  $y = \arcsin(-x)$ .

Obrázok 75 „Matematické funkcie“ – Funkcia arkussinus - príklady

matematik matematik: Matematické funkcie

Strana: 2.10.2 Funkcia arkuskosinus

### 2.10.2 Funkcia arkuskosinus

**Ciel:** Frekventanti sa oboznámia so zápisom, definičným oborom, oborom hodnôt, grafom a vlastnosťami funkcie arkuskosinus.

**Kľúčové slová:** Funkcia arkuskosinus, vlastnosti a graf funkcie arkuskosinus.

**Učebný text:**  
 Funkcia  $\cos x$  je definovaná na množine  $\mathbb{R}$ , ale nie je monotónna na celom  $D(f)$ . Ak zúžime definičný obor na interval  $\langle 0, \pi \rangle$ , na ktorom je funkcia klesajúca, teda existuje k nej inverzná funkcia. Inverznou funkciou k funkcii  $\cos x$ , kde  $x \in \langle 0, \pi \rangle$ , nazývame **arkuskosinus**  $y = \arccos x$ .

Platí:  $y = \arccos x \Leftrightarrow x = \cos y, x \in \langle -1, 1 \rangle, y \in \langle 0, \pi \rangle$ .

Častý zápis:  $f(x) = \arccos x, x \in \langle -1, 1 \rangle$ .

**Definičným oborom** funkcie arkussinus je množina  $D(f) = \langle -1, 1 \rangle$ .

**Oborom hodnôt** funkcie arkussinus je interval  $H(f) = \langle 0, \pi \rangle$ .

**Grafom** funkcie arkuskosinus je súmerný s grafom funkcie  $y = \cos x$  podľa priamky  $y = x$ .

**Vlastnosti:**  
 Funkcia arkuskosinus je na intervale  $\langle -1, 1 \rangle$  klesajúca. Nie je ohraničená ani zhora ani zdola, ale je ohraničená zľava a sprava. Maximum, minimum, nulové minimum

$y = a * \arccos [b * x]$        $a = 1.00$   
 $y = 1.00 * \arccos [ 1.00 x ]$        $b = 1.00$   
 $D(f) = \langle -1, 1 \rangle$

Obrázok 76 „Matematické funkcie“ – Funkcia arkuskosinus 1/2

**Oceňový text:**  
 Funkcia  $\cos x$  je definovaná na množine  $\mathbb{R}$ , ale nie je monotónna na celom  $D(f)$ . Ak zúžime definičný obor na interval  $\langle 0, \pi \rangle$ , na ktorom je funkcia klesajúca, teda existuje k nej inverzná funkcia. Inverznou funkciou k funkcii  $\cos x$ , kde  $x \in \langle 0, \pi \rangle$ , nazývame **arkuskosínus**,  $y = \arccos x$

Platí:  $y = \arccos x \Leftrightarrow x = \cos y, x \in \langle -1, 1 \rangle, y \in \langle 0, \pi \rangle$ .

Častý zápis:  $f(x) = \arccos x, x \in \langle -1, 1 \rangle$ .

**Definičným oborom** funkcie arkussínus je množina  $D(f) = \langle -1, 1 \rangle$ .

**Oborom hodnôt** funkcie arkussínus je interval  $H(f) = \langle 0, \pi \rangle$ .

**Grafom** funkcie arkuskosínus je súmerný s grafom funkcie  $y = \cos x$  podľa priamky  $y = x$ .

**Vlastnosti:**  
 Funkcia arkuskosínus je na intervale  $\langle -1, 1 \rangle$  klesajúca. Nie je *ohraničená* ani zdola ani zhora, ale je *ohraničená* zľava a sprava. Nemá maximum ani minimum. Nie je *periodická*. Je *prostá*.

**Posunutie a zmena miery funkcie arkuskosínus:**  
 Pri rysovaní grafu funkcie  $f(x) = a \cdot \arccos b \cdot x + c$  majú koeficienty  $a, b, c$  dôležitú úlohu. Čím je  $a$  ďalej od nuly, tým je funkcia „roztiahnutejšia“ v zvislom smere. Dve konštanty  $a$ , ktoré majú rovnakú absolútnu hodnotu, ale líšia sa znamienkom, vytvoria funkcie symetrické podľa osi  $x$ . Kladné (záporné)  $c$  posúva funkciu nahor (nadol). Pre vyššie konštanty  $b$  je funkcia „spučenějšía“ vo vodorovnom smere, pre nižšie hodnoty „roztiahnutejšia“.

**Linky pre náročných frekventantov:**  
<http://www.fns.uniba.sk/~kgf/Matematika2.pdf>  
<http://www.fem.uniag.sk/Martina.Majorova/Funkcie/Funkcie.ppt>

Obrázok 77 „Matematické funkcie“ – Funkcia arkuskosínus 2/2

matematik matematik: Matematické funkcie

2.10.2.1 Funkcia arkuskosínus - kalkulačka

Zvoľte hodnotu A, B, X. Desatinné miesto oddelíte bodkou /nie čiarkou/. A stlačte ENTER.

**Výpočet**  $y = a \cdot \arccos [b \cdot x]$

Zadaj a:   
 Zadaj b:   
 Zadaj x:

y =   $\pi$

Pre nový výpočet stlačte ENTER

**Příklad:**  
 Vypočítajte hodnotu funkcie v bode  $x(-0,5; 0; 0,5)$ :

a)  $y = 2 \arccos(x)$ ,  
 b)  $y = -\arccos\left(\frac{1}{2}x\right)$ ,  
 c)  $y = \arccos(-x)$ .

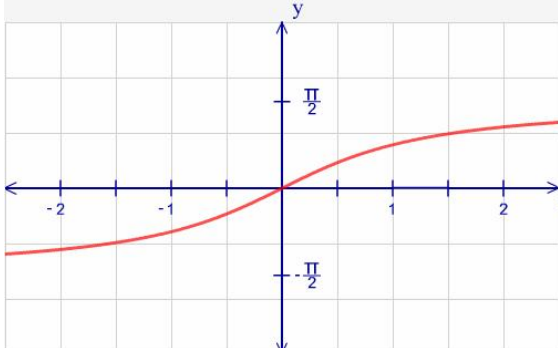
Obrázok 78 „Matematické funkcie“ – Funkcia arkuskosínus - kalkulačka

matematik matematik: Matematické funkcie

Strana: 2.10.3 Funkcia arkustangens

Strana 41 z 48

### 2.10.3 Funkcia arkustangens



**Ciel:** Frekventanti sa oboznámia so zápisom, definičným oborom, oborom hodnôt, grafom a vlastnosťami funkcie arkustangens.

**Kľúčové slová:** Funkcia arkustangens, vlastnosti a graf funkcie arkustangens.

**Učebný text:**

Funkcia  $tg x$  je na interval  $(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2})$  rastúca, teda existuje k nej inverzná funkcia. Inverznú funkciou k funkcii  $tg x$  definovanej na intervale  $(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2})$ , nazývame **arkustangens** a označujeme  $y = arctgx$ .

Platí:  $y = arctgx \Leftrightarrow x = tgy, x \in R, y \in (-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2})$ .  
Častý zápis:  $f(x) = arctgx, x \in R$ .

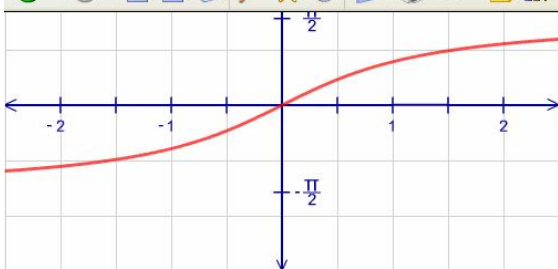
**Definičným oborom** funkcie arkustangens je množina  $D(f) = R$ .

**Oborom hodnôt** funkcie arkustangens je interval  $H(f) = (-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2})$ .

**Vlastnosti:**  
Funkcia arkustangens je na intervale  $(-\infty, \infty)$  **rastúca**.  
Je **ohraničená**.  
Je **nepárna**.  
Nie je **periodická**.  
Je **prostá**.

$y = a * arctg [b * x]$        $D(f) = R$   
 $y = 1.00 * arctg [ 1.00 x]$

Obrázok 79 „Matematické funkcie“ – Funkcia arkustangens 1/2



**Učebný text:**

Funkcia  $tg x$  je na interval  $(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2})$  rastúca, teda existuje k nej inverzná funkcia. Inverznú funkciou k funkcii  $tg x$  definovanej na intervale  $(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2})$ , nazývame **arkustangens** a označujeme  $y = arctgx$ .

Platí:  $y = arctgx \Leftrightarrow x = tgy, x \in R, y \in (-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2})$ .  
Častý zápis:  $f(x) = arctgx, x \in R$ .

**Definičným oborom** funkcie arkustangens je množina  $D(f) = R$ .

**Oborom hodnôt** funkcie arkustangens je interval  $H(f) = (-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2})$ .

**Vlastnosti:**  
Funkcia arkustangens je na intervale  $(-\infty, \infty)$  **rastúca**.  
Je **ohraničená**.  
Je **nepárna**.  
Nie je **periodická**.  
Je **prostá**.

**Posunutie a zmena miery funkcie arkustangens:**  
Pri rýsovaní grafu funkcie  $f(x) = a * arctgb * x + c$  majú koeficienty  $a, b, c$  dôležitú úlohu. Čím je  $a$  ďalej od nuly, tým je funkcia „rozťahnejšia“ v zvislom smere. Dve konštanty  $a$ , ktoré majú rovnakú absolútnu hodnotu, ale líšia sa znamienkom, vytvoria funkcie symetrické podľa osi  $x$ . Kladné (záporné)  $c$  posúva funkciu nahor (nadol). Pre vyššie konštanty  $b$  je funkcia „spučenejšia“ vo vodorovnom smere, pre nižšie hodnoty „rozťahnejšia“.

**Linky pre náročných frekventantov:**  
<http://www.fns.uniba.sk/~kgf/Matematika2.pdf>  
<http://www.fem.uniag.sk/Martina.Majorova/Funkcie/Funkcie.ppt>

Obrázok 80 „Matematické funkcie“ – Funkcia arkustangens 2/2

http://www.virtual.ukf.sk - Class Server - 2.10.3.1 Funkcia arkustangens - kalkulačka - Microsoft Internet Explorer

matematik matematik: Matematické funkcie

Strana: 2.10.3.1 Funkcia arkustangens - kalkulačka

### 2.10.3.1 Funkcia arkustangens - kalkulačka

Zvoľte hodnotu A, B, X. Desatinné miesto oddelíte bodkou/nie čiarkou. A stlačte ENTER.

**Výpočet**

Zadaj a:

Zadaj b:

Zadaj x:

$y = 0,422 \pi$

Pre nový výpočet stlačte ENTER

**Příklad:**

Vypočítajte hodnotu funkcie v bode  $x(-0,25; 0; 0,35)$ :

a)  $y = \operatorname{arctg}\left(\frac{1}{2}x\right)$ .

b)  $y = -0,35 \operatorname{arctg}(x)$ .

c)  $y = \operatorname{arctg}(-x)$ .

Obrázok 81 „Matematické funkcie“ – Funkcia arkustangens - kalkulačka

matematik matematik: Matematické funkcie

Strana: 2.10.4 Funkcia arkuskotangens

### 2.10.4 Funkcia arkuskotangens

**Ciel:** Frekvencianti sa oboznámia so zápisom, definičným oborom, oborom hodnôt, grafom a vlastnosťami funkcie arkuskotangens.

**Kľúčové slová:** Funkcia arkustangens, vlastnosti a graf funkcie arkustangens.

**Učebný text:**

Funkcia  $\cot g x$  je na intervale  $(0, \pi)$  klesajúca, teda existuje k nej inverzná funkcia. Inverznú funkciou k funkcii  $\cot g x$  definovanej na intervale  $(0, \pi)$ , nazývame **arkuskotangens** a označujeme  $y = \operatorname{arc} \cot g x$ .

Platí:  $y = \operatorname{arc} \cot g x \Leftrightarrow x = \cot g y, x \in \mathbb{R}, y \in (0, \pi)$ .

Častý zápis:  $f(x) = \operatorname{arc} \cot g x, x \in \mathbb{R}$ .

**Definičným oborom** funkcie arkuskotangens je množina  $D(f) = \mathbb{R}$ .

**Oborom hodnôt** funkcie arkuskotangens je interval  $H(f) = (0, \pi)$ .

**Vlastnosti:**

Funkcia arkuskotangens je na intervale  $(-\infty, \infty)$  **klesajúca**.  
 Je **ohraničená**.  
 Je **nepárna**.  
 Nie je **periódická**.  
 Je **prostá**.

**Posunutie a zmena mierky funkcie arkuskotangens:**

Pri rýsovaní grafu funkcie  $f(x) = a * \operatorname{arc} \cot g b * x + c$  majú koeficienty  $a, b, c$  dôležitú úlohu. Čím je  $a$  ďalej od nuly, tým je funkcia „stiahnutejšia“ v zvislom

$y = a * \operatorname{arccotg}[b * x]$   $D(f) = \mathbb{R}$

$y = 1,00 * \operatorname{arccotg}[1,00 x]$

Obrázok 82 „Matematické funkcie“ – Funkcia arkuskotangens 1/2

**Kľúčové slová:** Funkcia arkuskotangens, vlastnosti a graf funkcie arkuskotangens.

**Učebný text:**  
 Funkcia  $\cot x$  je na interval  $(0, \pi)$  klesajúca, teda existuje k nej inverzná funkcia. Inverznú funkciu k funkcii  $\cot x$  definovanej na intervale  $(0, \pi)$ , nazývame **arkuskotangens** a označujeme  $y = \text{arc cot } gx$ .  
 Platí:  $y = \text{arc cot } gx \Leftrightarrow x = \cot gy, x \in \mathbb{R}, y \in (0, \pi)$ .  
 Častý zápis:  $f(x) = \text{arc cot } gx, x \in \mathbb{R}$ .

**Definičným oborom** funkcie arkuskotangens je množina  $D(f) = \mathbb{R}$ .

**Oborom hodnôt** funkcie arkuskotangens je interval  $H(f) = (0, \pi)$ .

**Vlastnosti:**  
 Funkcia arkuskotangens je na intervale  $(-\infty, \infty)$  **klesajúca**.  
 Je **ohraničená**.  
 Je **nepárna**.  
 Nie je **periodická**.  
 Je **prostá**.

**Posunutie a zmena miery funkcie arkuskotangens:**  
 Pri rysovaní grafu funkcie  $f(x) = a * \text{arc cot } gb * x + c$  majú koeficienty  $a, b, c$  dôležitú úlohu. Čím je  $a$  ďalej od nuly, tým je funkcia „rozťahnejšia“ v zvislom smere. Dve konštanty  $a$ , ktoré majú rovnakú absolútnu hodnotu, ale líšia sa znamienkom, vytvoria funkcie symetrické podľa osi  $x$ . Kladné (záporné)  $c$  posúva funkciu nahor (nadol). Pre vyššie konštanty  $b$  je funkcia „spučenejšia“ vo vodorovnom smere, pre nižšie hodnoty „rozťahnejšia“.

**Linky pre náročných frekventantov:**  
<http://www.fns.uniba.sk/~kgf/Matematika2.pdf>  
<http://www.fem.uniag.sk/Martina.Majorova/Funkcie/Funkcie.ppt>

Obrázok 83 „Matematické funkcie“ – Funkcia arkuskotangens 2/2

matematik matematik: Matematické funkcie

2.10.4.1 Funkcia arkuskotangens - kalkulačka

Zvoľte hodnotu A, B, X. Desatinné miesto oddelíte bodkou /nie čiarkou/. A stlačte ENTER.

**Výpočet**

$y = a * \text{arccotg } [b*x]$

Zadaj a:

Zadaj b:

Zadaj x:

y =   $\pi$

Pre nový výpočet stlačte ENTER

**Příklad:**  
 Vypočítajte hodnotu funkcie v bode  $x(-2,45; 0; 0,75)$ :

a)  $y = -5,35 \cdot \text{arccotg}(2,8x)$ ,

b)  $y = \text{arccotg}\left(\frac{1}{4}x\right)$ .

c)  $y = \text{arccotg}(-1,13x)$ .

Obrázok 84 „Matematické funkcie“ – Funkcia arkuskotangens - kalkulačka



matematik matematik: Matematické funkcie

Tato škola Úkoly Odblísiť se

Strana: Zhrnutie Strana 45 z 48

## Σ Zhrnutie

Zopakujme si čo sme sa naučili:  
Máme dve neprázdne množiny  $A, B$ . Hovoríme, že na množine  $A$  je definovaná **funkcia**  $f$ , ak je daný predpis, podľa ktorého každému prvku  $x$  z množiny  $A$  je priradený práve jeden prvok  $y$  z množiny  $B$ . Funkciu zapíšeme v tvare:  $y = f(x)$ .

Funkcia  $f$  je **prostá** práve vtedy, ak každá priamka rovnobežná s osou  $o_x$  pretne graf funkcie  $f$  najviac v jednom bode.

Funkcia  $f$  je **párna**, ak jej graf je súmerný podľa osi  $o_y$ , t. j. : Ak pre každé číslo  $x$  z  $D(f)$  aj číslo  $-x$  patrí do  $D(f)$  a platí:  $f(-x) = f(x)$ .

Funkcia  $f$  je **nepárna**, ak jej graf je symetrický podľa začiatku súradnicovej sústavy, t. j. : Ak pre každé číslo  $x$  z  $D(f)$  aj číslo  $-x$  patrí do  $D(f)$  a platí:  $f(-x) = -f(x)$ .

Funkcia, ktorá je **zdola ohraničená** leží nad priamkou  $y = d$  rovnobežnou s osou  $x$ -ovou.

Funkcia, ktorá je **zhora ohraničená** leží pod priamkou  $y = d$  rovnobežnou s osou  $x$ -ovou.

Funkcia, ktorá je **zhora aj zdola ohraničená** leží medzi dvoma priamkami  $y = d$  a  $y = d$ , ktoré sú rovnobežné s osou  $x$ -ovou.

Funkcia je **periodická** s periódou  $p > 0$  práve vtedy, ak pre každé  $x$  z definičného oboru a pre každé celé číslo  $k$  platí:  $x + k \cdot p \in D(x)$  a  $f(x + k \cdot p) = f(x)$ .

Polynomicke funkcie	
Konštantná funkcia	$y = b$
Lineárna funkcia	$y = a \cdot x + b$

Obrázok 85 „Matematické funkcie“ – Zhrnutie 1/3

Polynomicke funkcie	
Konštantná funkcia	$y = b$
Lineárna funkcia	$y = a \cdot x + b$
Kvadratická funkcia	$y = a \cdot x^2 + b \cdot x + c$
Mocninová funkcia	$y = b \cdot (d \cdot x + c)^a + e$
Racionálne funkcie	
Lineárna lomená funkcia	$y = \frac{a \cdot x + b}{c \cdot x + d}$
Nepriama úmera	$y = \frac{k}{x + b} + c$
Exponenciálne funkcie	$y = b \cdot a^{c \cdot (x + d)} + f$
Logaritmicke funkcie	$y = b \cdot \log_a [c \cdot (x + d)] + f$
Goniometricke funkcie	
Sínus	$y = a \cdot \sin(b \cdot x + c) + d$
Kosínus	$y = a \cdot \cos(b \cdot x + c) + d$
Tangens	$y = a \cdot \operatorname{tg}(b \cdot x + c) + d$

Obrázok 86 „Matematické funkcie“ – Zhrnutie 2/3

Lineárna lomená funkcia	$y = \frac{k}{c \cdot x + d}$
Nepriama úmera	$y = \frac{k}{x + b} + c$
Exponenciálne funkcie	$y = b \cdot a^{c \cdot (x + d)} + f$
Logaritmické funkcie	$y = b \cdot \log_a [c \cdot (x + d)] + f$
Goniometrické funkcie	
Sínus	$y = a \cdot \sin(b \cdot x + c) + d$
Kosínus	$y = a \cdot \cos(b \cdot x + c) + d$
Tangens	$y = a \cdot \operatorname{tg}(b \cdot x + c) + d$
Kotangens	$y = a \cdot \operatorname{cotg}(b \cdot x + c) + d$
Absolútna hodnota	$y = d \cdot  ax + b  + c$
Cyklometrické funkcie	
Arkussínus	$y = a \cdot \operatorname{arcsin}(b \cdot x)$
Arkuskosínus	$y = a \cdot \operatorname{arccos}(b \cdot x)$
Arkustangens	$y = a \cdot \operatorname{arctg}(b \cdot x)$
Arkuskotangens	$y = a \cdot \operatorname{arccotg}(b \cdot x)$

Obrázok 87 „Matematické funkcie“ – Zhrnutie 3/3


http://www.virtual.ukf.sk - Class Server - Literatúra - Microsoft Internet Explorer











Address: http://www.virtual.ukf.sk/pf/Student/5102/P1049/Page.htm

matematik matematik: Matematické funkcie

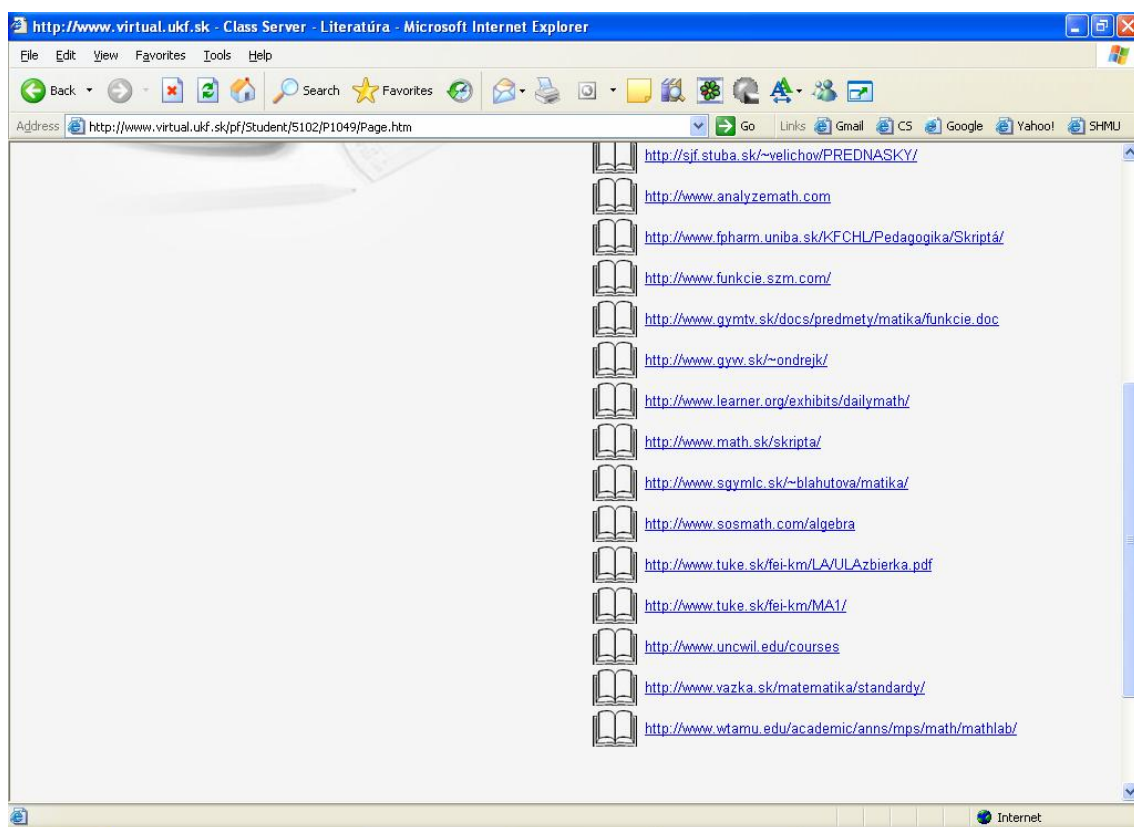
Strana: Literatúra

Literatúra

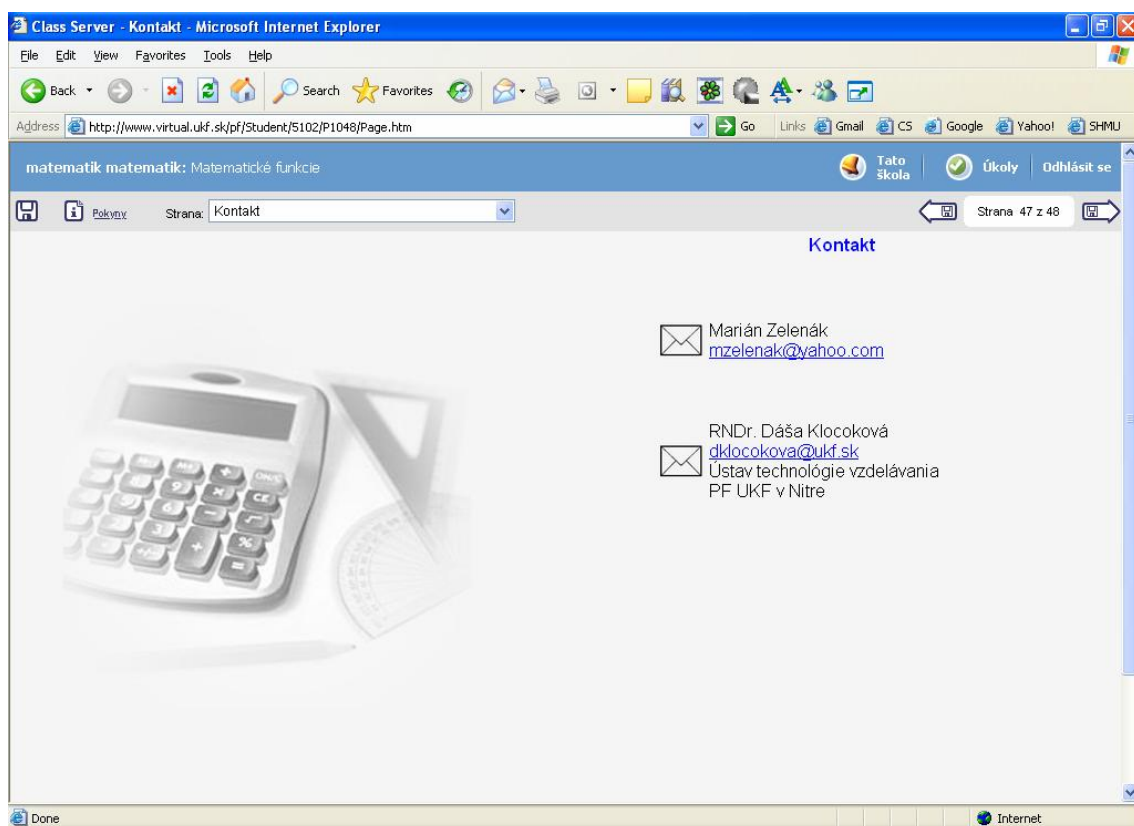


 KOVÁČIK, O. et al.: *Počtovnica pre vysoké školy technické*. dotlač 1. vyd. Žilina : VŠDS, 1994. 230 p. ISBN 80-7100-227-5  
 RÁCOVÁ, M.: *Matematika : Prehľad stredoškolského učiva pre maturantov a uchádzačov o štúdium na vysokých školách*. 1. vyd. Nitra : Enigma, 1994. 242 p. ISBN 80-85471-22-1  
 ZALABA, Z. et al.: *Cvičenia z matematiky*. 2. prepracované vyd. Bratislava : Príroda, 1986. 358 p. [ISBN neuvedené]  
 <http://delo.dcs.fmph.uniba.sk/2inf/matematika>  
 [http://kekule.science.upjs.sk/matematika/kniznica\\_vp/zvf/](http://kekule.science.upjs.sk/matematika/kniznica_vp/zvf/)  
 <http://sjf.stuba.sk/~velichov/PREDNASKY/>  
 <http://www.analyzemath.com>  
 <http://www.fpharm.uniba.sk/KFCHL/Pedagogika/Skriptá/>  
 <http://www.funkcie.szm.com/>  
 <http://www.gymtv.sk/docs/predmety/matika/funkcie.doc>

Obrázok 88 „Matematické funkcie“ – Literatúra 1/2



Obrázok 89 „Matematické funkcie“ – Literatúra 2/2



Obrázok 90 „Matematické funkcie“ – Kontakt